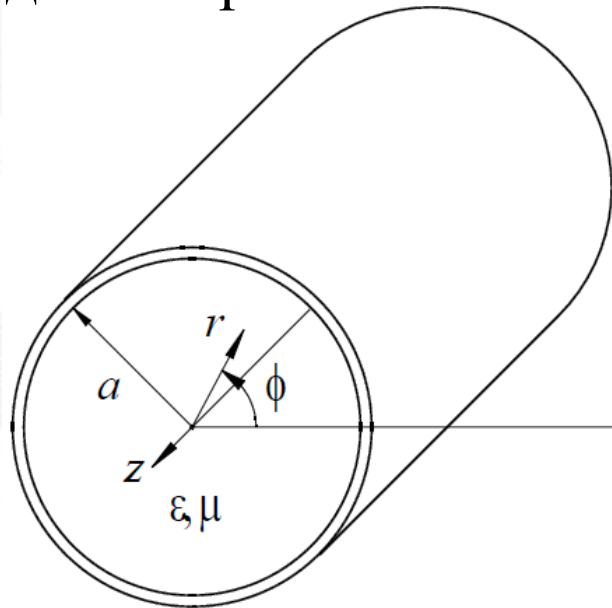


Кружни таласовод



Увод

- Анализираћемо простирање ЕМ таласа дуж металног таласовода кружног попречног пресека, полупречника a , скицираног на слици
 - Најпре ћемо сматрати да је проводник таласовода савршен и да је диелектрик хомоген и без губитака



Слика 6.1. Скица кружног таласовода.

ТЕ таласи

- Сматрамо да је таласовод приказан на претходној слици без губитака
 - Основне једначине за ТЕ и ТМ таласе у оваквом систему изведене су у другом поглављу
 - Тада је показано да се код **ТЕ таласа** трансверзалне компоненте електричног и магнетског поља могу извести преко z -компоненте магнетског поља, према једначинама

$$\underline{\mathbf{E}}_t = \frac{j\omega\mu}{K^2} \mathbf{i}_z \times \nabla_t \underline{H}_z \qquad \underline{\mathbf{H}}_t = -\frac{\gamma}{K^2} \nabla_t \underline{H}_z$$

- У нашем случају, трансверзалне компоненте су r -компоненте и ϕ -компоненте (у цилиндричном координатном систему), тј.

$$\underline{\mathbf{E}}_t = \underline{E}_r \mathbf{i}_r + \underline{E}_\phi \mathbf{i}_\phi,$$
$$\underline{\mathbf{H}}_t = \underline{H}_r \mathbf{i}_r + \underline{H}_\phi \mathbf{i}_\phi$$

TE таласи

- У изразу за градијент скаларне функције у цилиндричним координатама,

$$\underline{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{i}_z$$

прва два члана са десне стране представљају трансверзални градијент ($\nabla_t \underline{f}$), па се из претходних једначина добија

$$\underline{E}_r = -\frac{j\omega\mu}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}, \quad \underline{E}_\phi = \frac{j\omega\mu}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}$$

$$\underline{H}_r = -\frac{j\beta}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}, \quad \underline{H}_\phi = -\frac{j\beta}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}$$

- Лонгитудинална компонента \underline{H}_z зависи од цилиндричних координата као

$$\underline{H}_z(r, \phi, z) = \underline{H}_z(r, \phi, 0) \exp(-j\beta z)$$

и задовољава таласну једначину $\Delta_t \underline{H}_z + \underline{K}^2 \underline{H}_z = 0$, која у цилиндричним координатама гласи

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \underline{H}_z + \underline{K}^2 \underline{H}_z = 0$$

ТЕ таласи

- У цилиндричним координатама дивергенција векторске функције дата је изразом

$$\operatorname{div} \underline{\mathbf{a}} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \underline{a}_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{a}_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial \underline{a}_z}{\partial z},$$

лапласијан скаларне функције дат је изразом

$$\Delta f = \operatorname{div}(\operatorname{grad} f) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

а $\Delta_t f$ представља прва два члана иза другог знака једнакости у претходном изразу

TE таласи

- Електрично поље мора задовољавати граничне услове на површи проводника таласовода, тј.

$$\underline{E}_{tg} = 0$$

- Тангенцијална компонента је ϕ -компонента, односно

$$\underline{E}_{\phi} = 0$$

за $r = a$

- На основу једначина

$$\underline{E}_r = -\frac{j\omega\mu}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}, \quad \underline{E}_{\phi} = \frac{j\omega\mu}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}$$

$$\underline{H}_r = -\frac{j\beta}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}, \quad \underline{H}_{\phi} = -\frac{j\beta}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}$$

и претходног граничног услова добија се гранични услов за први извод \underline{H}_z по r -координати

$$\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r} = 0 \text{ за } r = a$$

TE таласи

- Анализа поља TE таласа у кружном таласоводу сада се своди на решавање таласне једначине

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \underline{H}_z + \underline{K}^2 \underline{H}_z = 0$$

заједно са граничним условом

$$\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r} = 0 \text{ за } r = a$$

- Када се из ових једначина одреди \underline{H}_z , остале компоненте поља се могу израчунати из једначина

$$\underline{E}_r = -\frac{j\omega\mu}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}, \quad \underline{E}_\phi = \frac{j\omega\mu}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}$$
$$\underline{H}_r = -\frac{j\beta}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}, \quad \underline{H}_\phi = -\frac{j\beta}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}$$

TE таласи

- Као и код правоугаоних таласовода, таласну једначину

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \underline{H}_z + \underline{K}^2 \underline{H}_z = 0$$

ћемо решавати методом раздвајања променљивих

– Непознату функцију $\underline{H}_z(r, \phi, 0)$ представљамо у облику производа (непознатих) функција које зависе само од по једне координате, односно као $\underline{H}_z(r, \phi, 0) = \underline{R}(r) \underline{\Phi}(\phi)$

- Заменом претходне једначине у једначину $\underline{H}_z(r, \phi, z) = \underline{H}_z(r, \phi, 0) \exp(-j\beta z)$, и заменом те једначине у горњу таласну једначину, добијамо

$$\frac{1}{\underline{R}} \frac{d^2 \underline{R}}{dr^2} + \frac{r}{\underline{R}} \frac{d\underline{R}}{dr} + \frac{1}{\underline{\Phi}} \frac{d^2 \underline{\Phi}}{d\phi^2} + r^2 \underline{K}^2 = 0$$

- Члан $\frac{1}{\underline{\Phi}} \frac{d^2 \underline{\Phi}}{d\phi^2}$ не зависи од r , па мора бити константан
 - Означимо ту константу са $-n^2$, односно $\frac{1}{\underline{\Phi}} \frac{d^2 \underline{\Phi}}{d\phi^2} = -\underline{n}^2$

TE таласи

- Сада претходна (таласна) једначина постаје

$$\frac{d^2 \underline{R}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\underline{R}}{dr} + \left(\underline{K}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \underline{R} = 0$$

а једначина

$$\frac{1}{\underline{\Phi}} \frac{d^2 \underline{\Phi}}{d\phi^2} = -\underline{n}^2$$

може се написати у облику (изабрали смо да је n реално)

$$\frac{d^2 \underline{\Phi}}{d\phi^2} + n^2 \underline{\Phi} = 0$$

–Претходна једначина има опште решење које се може написати у два облика

$$\underline{\Phi}(\phi) = \underline{C}'_1 \sin n\phi + \underline{C}''_1 \cos n\phi = \underline{C}_1 \cos(n\phi + \underline{\phi}_0)$$

TE таласи

$$\underline{\Phi}(\phi) = \underline{C}'_1 \sin n\phi + \underline{C}''_1 \cos n\phi = \underline{C}_1 \cos(n\phi + \underline{\phi}_0)$$

- Ако се ϕ промени за 2π , обилази се пун круг у таласоводу
 - Очигледно, изрази за поље морају бити периодични по ϕ (како се не би добиле вишеструке вредности), тј. $\underline{\Phi}(\phi + 2\pi) = \underline{\Phi}(\phi)$
 - Одавде следи да n мора бити цео број
 - Однос константи \underline{C}'_1 и \underline{C}''_1 , односно ϕ_0 , дефинише поларизацију таласа
 - Усвојићемо да је ϕ_0 реалан број, што ће на крају значити да је електрично поље таласа линијски поларизовано
 - Промена реалне константе ϕ_0 значи само ротацију равни поларизације (односно, еквивалентно, ротацију координатног система око z -осе)
 - Једноставности ради, усвојићемо да је $\phi_0 = 0$

TE таласи

- Једначина

$$\frac{d^2 \underline{R}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\underline{R}}{dr} + \left(\underline{K}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \underline{R} = 0$$

представља Беселову диференцијалну једначину,
а њено опште решење је

$$\underline{R}(r) = \underline{C}_2 J_n(\underline{K}r) + \underline{C}_3 N_n(\underline{K}r)$$

где је $J_n(x)$ Беселова функција

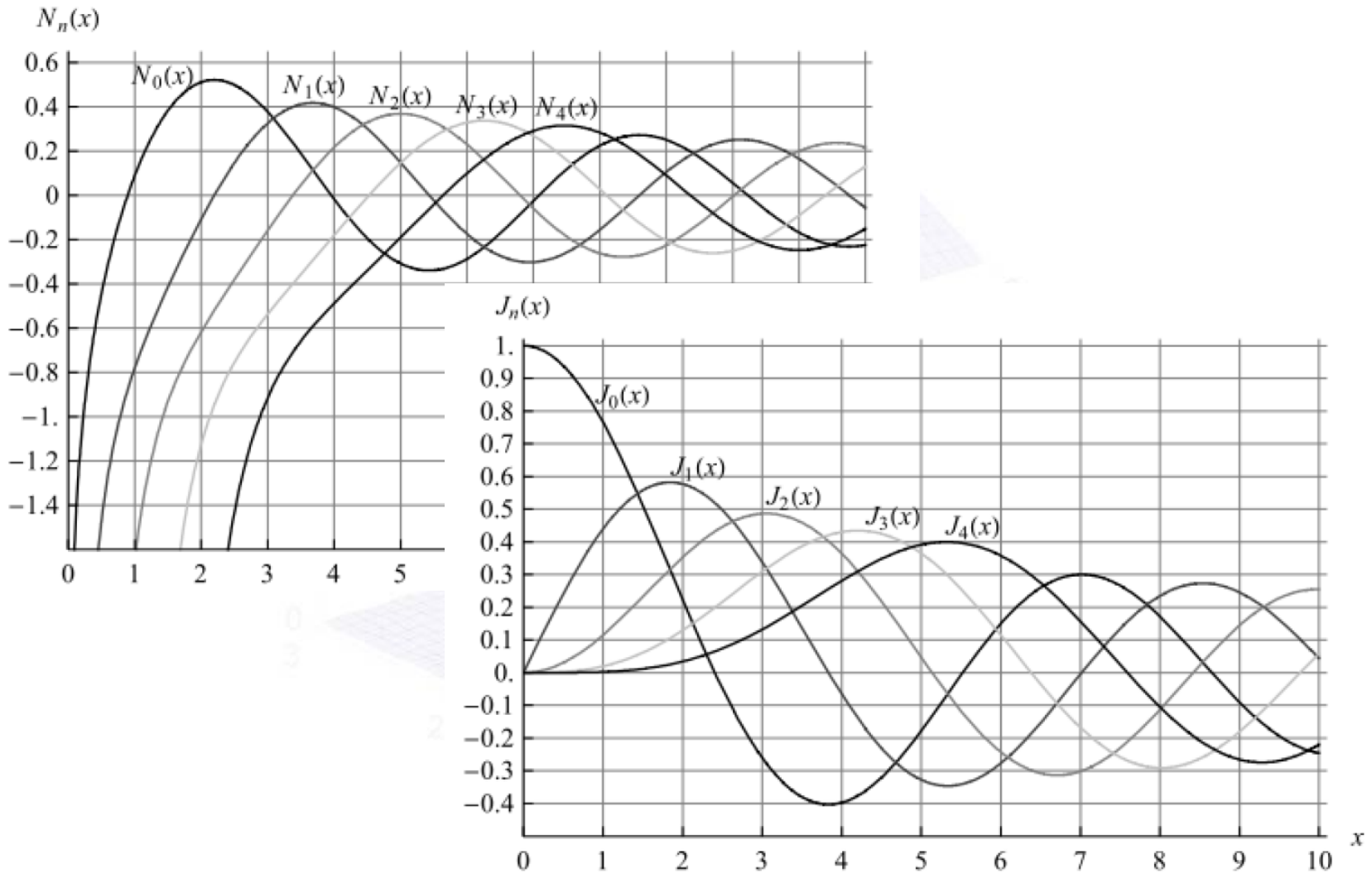
(Беселова функција прве врсте) реда n ,

а $N_n(x)$ Нојманова функција

(Беселова функција друге врсте) реда n

– Функција N_n се означава и са Y_n

TE таласи



ТЕ таласи

$$\underline{H}_z(r, \phi, 0) = \underline{R}(r)\underline{\Phi}(\phi) \quad \underline{\Phi}(\phi) = \underline{C}_1 \cos(n\phi + \underline{\phi}_0) \quad \underline{R}(r) = \underline{C}_2 J_n(\underline{K}r) + \underline{C}_3 N_n(\underline{K}r)$$

- Нојманове функције теже бесконачности када им аргумент тежи нули (имају логаритамски сингуларитет)
 - Пошто поље мора бити коначно када је $r=0$ (у средини таласовода), следи да мора бити $\underline{C}_3=0$
 - Ако уведемо ознаку $\underline{H}_0 = \underline{C}_1 \underline{C}_2$, опште решење таласне једначине по \underline{H}_z гласи
$$\underline{H}_z(r, \phi, z) = \underline{H}_0 J_n(\underline{K}r) \cos n\phi \exp(-j\beta z)$$
 - Очигледно, n представља број периода промене поља дуж ϕ -координатне линије (тј. по обиму таласовода)
 - Константа \underline{K} (која је за сада непозната) одређује брзину промене поља у зависности од координате r

TE таласи

- Из граничног услова $\frac{\partial H_z}{\partial r} = 0$ за $r = a$ следи $\frac{dJ_n(Kr)}{dr} \Big|_{r=a} = 0$,
односно

$$J_n'(Ka) = 0,$$

где је $J_n'(x) = dJ_n/dx$

- Означимо са x'_{nm} m -ту нулу функције $J_n'(x)$ (не рачунајући евентуалну нулу за $x=0$)

– Прве три нуле извода Беселове функције реда 0, 1 и 2 дате су у табlici испод

– Сада је

Таблица 6.1. Нуле извода Беселових функција (x'_{nm}).

$$\underline{K}_{TE_{nm}} = \frac{x'_{nm}}{a}$$

	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$m = 1$	3,832	1,841	3,054
$m = 2$	7,016	5,331	6,706
$m = 3$	10,174	8,536	9,970

TE таласи

- Коefицијент простирања таласа може се приказати у уобичајеном облику

$$\underline{\gamma} = j\omega\sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

где је критична учестаност TE таласа

$$f_{cTE_{nm}} = \frac{x'_{nm}}{2\pi a\sqrt{\epsilon\mu}}$$

- На основу података из претходне таблице види се да најнижу критичну учестаност има TE₁₁ тип таласа, затим следи TE₂₁, па TE₀₁
 - Уочити да је код кружног таласовода $n \geq 0$, а $m \geq 1$

TE таласи

- Изрази са све компоненте поља TE_{nm} таласа у кружном таласоводу сада гласе

$$\underline{H}_z(r, \phi, z) = \underline{H}_0 J_n(\underline{K}_{TE_{nm}} r) \cos n\phi \exp(-j\beta z),$$

$$\underline{E}_r(r, \phi, z) = \frac{j\omega\mu n}{r \underline{K}_{TE_{nm}}^2} \underline{H}_0 J_n(\underline{K}_{TE_{nm}} r) \sin n\phi \exp(-j\beta z),$$

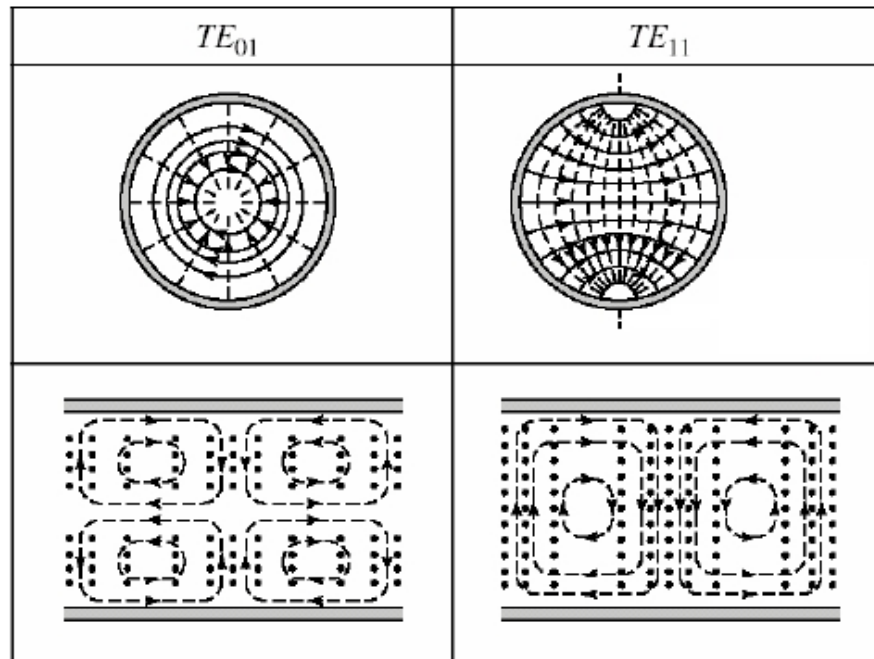
$$\underline{E}_\phi(r, \phi, z) = \frac{j\omega\mu}{\underline{K}_{TE_{nm}}} \underline{H}_0 J_n'(\underline{K}_{TE_{nm}} r) \cos n\phi \exp(-j\beta z),$$

$$\underline{H}_r(r, \phi, z) = -\frac{j\beta}{\underline{K}_{TE_{nm}}} \underline{H}_0 J_n'(\underline{K}_{TE_{nm}} r) \cos n\phi \exp(-j\beta z),$$

$$\underline{H}_\phi(r, \phi, z) = \frac{j\beta n}{r \underline{K}_{TE_{nm}}^2} \underline{H}_0 J_n(\underline{K}_{TE_{nm}} r) \sin n\phi \exp(-j\beta z)$$

TE таласи

- За различите вредности n и m добијају се различити типови таласа
 - На слици је приказана структура поља неких типова таласа



Слика 6.3. Скица линија електричног поља (—) и магнетског поља (---) неких типова таласа у попречном и уздужном пресеку круглог таласовода.

TM таласи

- Код TM таласа, на основу једначина

$$\underline{\underline{E}}_t = -\frac{\gamma}{\underline{\underline{K}}^2} \nabla_t \underline{\underline{E}}_z$$

$$\underline{\underline{H}}_t = -\frac{j\omega\varepsilon}{\underline{\underline{K}}^2} \mathbf{i}_z \times \nabla_t \underline{\underline{E}}_z$$

трансверзалне компоненте електричног и магнетског поља могу се изразити преко z -компоненте електричног поља као

$$\underline{\underline{E}}_r = -\frac{j\beta}{\underline{\underline{K}}^2} \frac{\partial \underline{\underline{E}}_z}{\partial r}, \quad \underline{\underline{E}}_\phi = -\frac{j\beta}{r\underline{\underline{K}}^2} \frac{\partial \underline{\underline{E}}_z}{\partial \phi}$$

$$\underline{\underline{H}}_r = -\frac{j\omega\varepsilon}{r\underline{\underline{K}}^2} \frac{\partial \underline{\underline{E}}_z}{\partial \phi}, \quad \underline{\underline{H}}_\phi = \frac{j\omega\varepsilon}{\underline{\underline{K}}^2} \frac{\partial \underline{\underline{E}}_z}{\partial r}$$

TM таласи

- Скаларна функција \underline{E}_z зависи од цилиндричних координата као $\underline{E}_z(r, \phi, z) = \underline{E}_z(r, \phi, 0) \exp(-j\beta z)$ и задовољава таласну једначину

$$\Delta_t \underline{E}_z + \underline{K}^2 \underline{E}_z = 0$$

која у цилиндричним координатама гласи

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \underline{E}_z + \underline{K}^2 \underline{E}_z = 0$$

–Као и код ТЕ таласа, електрично поље мора задовољавати граничне услове $\underline{E}_{tg} = 0$ на површи проводника таласовода

- Међутим, сада је \underline{E}_z тангенцијално на површ проводника, па мора бити $\underline{E}_z = 0$ на зиду таласовода (тј. за $r = a$)

TM таласи

- Таласна једначина
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \underline{E}_z + \underline{K}^2 \underline{E}_z = 0$$

може се решити слично као код ТЕ таласа, методом раздвајања променљивих

–Имамо најпре $\underline{E}_z(r, \phi, 0) = \underline{R}(r)\underline{\Phi}(\phi)$

–Идентичним поступком као код анализе ТЕ таласа, добијају се диференцијалне једначине

$$\frac{d^2 \underline{R}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\underline{R}}{dr} + \left(\underline{K}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \underline{R} = 0 \quad \frac{d^2 \underline{\Phi}}{d\phi^2} + n^2 \underline{\Phi} = 0$$

чије је опште решење

$$\underline{\Phi}(\phi) = \underline{C}'_1 \sin n\phi + \underline{C}''_1 \cos n\phi = \underline{C}_1 \cos(n\phi + \underline{\phi}_0)$$

$$\underline{R}(r) = \underline{C}_2 J_n(\underline{K}r) + \underline{C}_3 N_n(\underline{K}r)$$

TM таласи

- Усвајајући као и код ТЕ таласа да је $\phi_0 = 0$, и елиминишући Нојманову функцију како би решење било коначно у средини таласовода, добија се опште решење за \underline{E}_z

$$\underline{E}_z(r, \phi, z) = \underline{E}_0 J_n(\underline{K}r) \cos n\phi \exp(-j\beta z)$$

- Из граничних услова следи да мора бити $J_n(\underline{K}a) = 0$
- Означимо са x_{nm} m -ту нулу Беселове функције $J_n(x) = 0$ (не рачунајући евентуалну нулу за $x = 0$)
 - Прве три нуле Беселових функција реда 0, 1 и 2 дате су у табели испод
 - Сада је

$$\underline{K}_{TMnm} = \frac{x_{nm}}{a}$$

Таблица 6.2. Нуле Беселових функција (x_{nm}).

	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$m = 1$	2,405	3,832	5,135
$m = 2$	5,520	7,016	8,417
$m = 3$	8,654	10,174	11,620

TM таласи

- Коефицијент простирања је $\underline{\gamma} = j\omega\sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$
- Критична учестаност TM типа таласа је $f_{cTMnm} = \frac{x_{nm}}{2\pi a\sqrt{\epsilon\mu}}$
 –Изрази са све компоненте поља TM таласа у кружном таласоводу сада гласе:

$$\underline{E}_z(r, \phi, z) = \underline{E}_0 J_n(\underline{K}_{TMnm} r) \cos n\phi \exp(-j\beta z),$$

$$\underline{E}_r(r, \phi, z) = -\frac{j\beta}{\underline{K}_{TMnm}} \underline{E}_0 J_n'(\underline{K}_{TMnm} r) \cos n\phi \exp(-j\beta z),$$

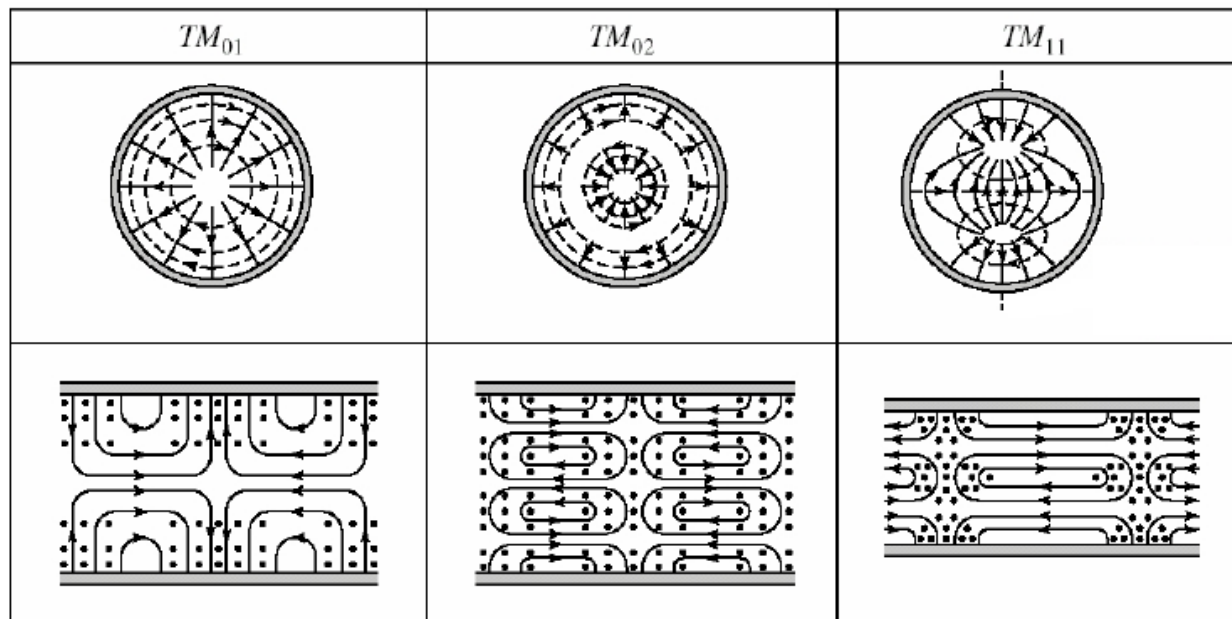
$$\underline{E}_\phi(r, \phi, z) = \frac{j\beta n}{r \underline{K}_{TMnm}^2} \underline{E}_0 J_n(\underline{K}_{TMnm} r) \sin n\phi \exp(-j\beta z),$$

$$\underline{H}_r(r, \phi, z) = -\frac{j\omega\epsilon n}{r \underline{K}_{TMnm}^2} \underline{E}_0 J_n(\underline{K}_{TMnm} r) \sin n\phi \exp(-j\beta z),$$

$$\underline{H}_\phi(r, \phi, z) = -\frac{j\omega\epsilon}{\underline{K}_{TMnm}} \underline{E}_0 J_n'(\underline{K}_{TMnm} r) \cos n\phi \exp(-j\beta z)$$

TM таласи

- За различите вредности n и m добијају се различити типови таласа
 - На слици приказана је структура поља неких TM_{nm} типова таласа



Слика 6.3. Скица линија електричног поља (—) и магнетског поља (---) неких типова таласа у попречном и уздужном пресеку кружног таласовода.

TM таласи

- На основу података из таблица за нуле извода Беселових функција и нуле Беселових функција види се да најнижу критичну учестаност од свих TE_{nm} и TM_{nm} типова таласа има TE_{11} тип таласа, па он представља **доминантни тип**
 - Следећи је TM_{01} , па онда TE_{21} , док таласи TE_{01} и TM_{11} имају исту критичну учестаност

Таблица 6.1. Нуле извода Беселових функција (x'_{nm}).

	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$m = 1$	3,832	1,841	3,054
$m = 2$	7,016	5,331	6,706
$m = 3$	10,174	8,536	9,970

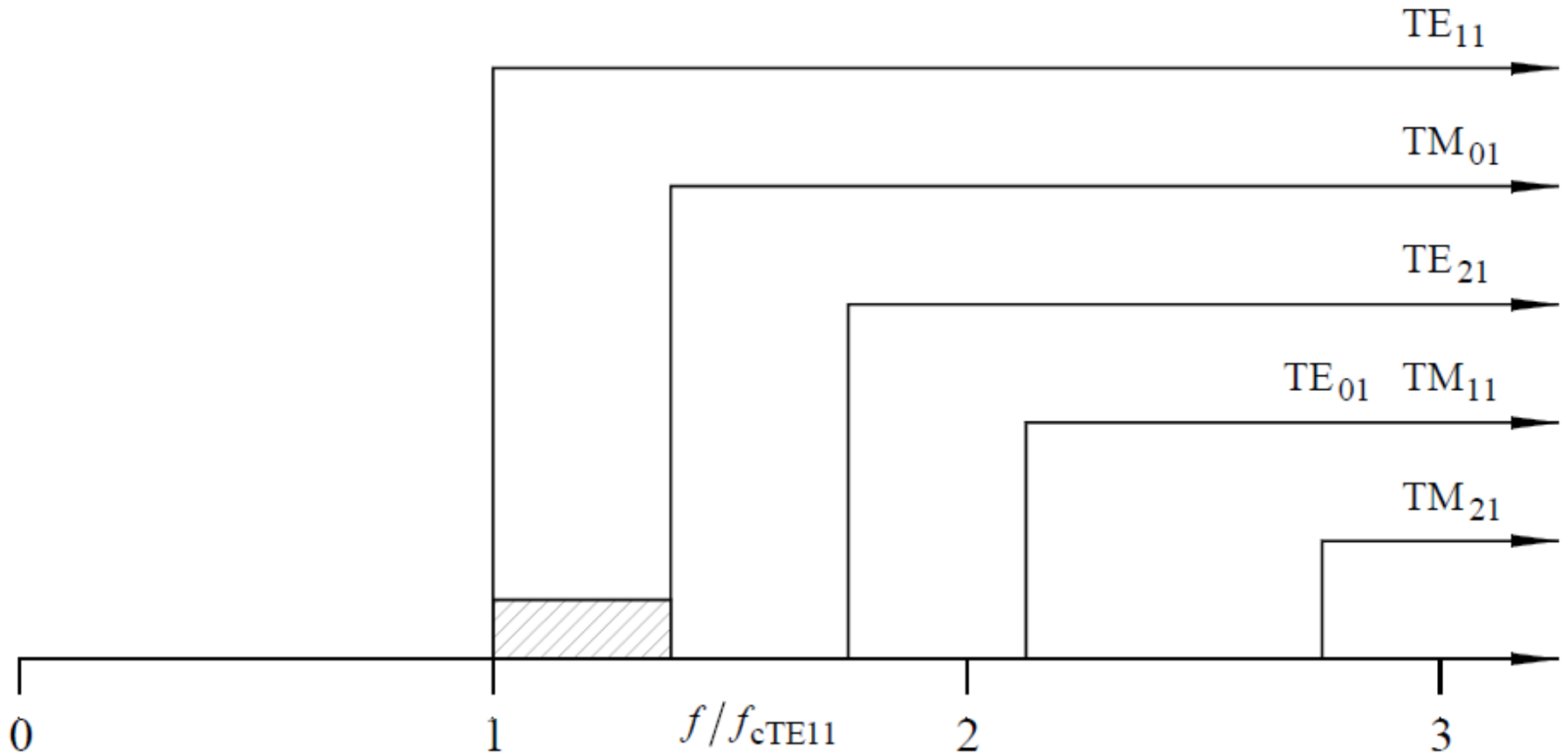
$$f_{cTE_{nm}} = \frac{x'_{nm}}{2\pi a \sqrt{\epsilon\mu}}$$

Таблица 6.2. Нуле Беселових функција (x_{nm}).

	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$m = 1$	2,405	3,832	5,135
$m = 2$	5,520	7,016	8,417
$m = 3$	8,654	10,174	11,620

$$f_{cTM_{nm}} = \frac{x_{nm}}{2\pi a \sqrt{\epsilon\mu}}$$

ТМ таласи



Слика 6.4. Распоред критичних учестаности TE_{nm} и TM_{nm} типова таласа за кружни таласовод.

TM таласи

- Релативна ширина опсега учестаности у коме може да се простире само доминантни тип таласа је само око 1,3:1 (док је код стандардних правоугаоних таласовода 2:1)
 - Уз то, у кружном таласоводу поларизација доминантног типа таласа није једнозначно одређена, јер константа ϕ_0 може бити произвољна
 - Ако је та константа реална, поларизација електричног поља је линијска, а разним вредностима те константе одговарају различити правци вектора \underline{E}_t
 - Ако је та константа комплексна, електрично поље је елиптички поларизовано (и може се разложити на два ортогонална линијски поларизована таласа)
 - Слична недефинисаност поларизације постоји и код осталих типова таласа

TM таласи

- Радни опсег кружног таласовода је знатно ужи него код правоугаоног таласовода
 - И у том опсегу постоји проблем одржавања сталне поларизације таласа
- Стога се кружни таласоводи релативно ретко користе, осим за пренос кружно поларизованих таласа (на пример, код напајања антена са кружном поларизацијом, што има примена код радара у циљу смањења сметњи), код микроталасних радиорелејних веза у циљу удвостручавања капацитета канала коришћењем две ортогоналне линијске поларизације и у неким другим посебним применама

Снага која се преноси кружним таласоводом и коефицијент слабљења

- Средња снага која се преноси прогресивним таласом у кружном таласоводу може се израчунати из израза

$$P_t = \operatorname{Re} \left[\int_{S_t} (\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*) \cdot d\mathbf{S} \right] = \frac{1}{Z_T} \int_{S_t} |\underline{\mathbf{E}}_t|^2 dS = Z_T \int_{S_t} |\underline{\mathbf{H}}_t|^2 dS$$

– За цилиндрични координатни систем имамо

$$P_t = \int_{\phi=-\pi}^{\pi} \int_{r=0}^a \left(\underline{E}_r \underline{H}_\phi^* - \underline{E}_\phi \underline{H}_r^* \right) r dr d\phi$$

Снага која се преноси кружним таласоводом и коефицијент слабљења

- Заменом израза за компоненте поља таласа и интеграцијом добија се за TE_{0m} типове таласа

$$P_t = \pi a^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{f^2}{f_c^2} \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}} J_0^2(K_{TE_{0m}} a) |H_0|^2$$

за TE_{nm} типове таласа ($n > 0$)

$$P_t = \frac{1}{2} \pi a^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{f^2}{f_c^2} \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}} \left(1 - \frac{n^2}{x'_{nm}}\right) J_n^2(K_{TE_{nm}} a) |H_0|^2$$

за TM_{0m} типове таласа

$$P_t = \pi a^2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{f^2}{f_c^2} \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}} J_0'^2(K_{TM_{0m}} a) |E_0|^2$$

за TM_{nm} типове таласа ($n > 0$)

$$P_t = \frac{1}{2} \pi a^2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{f^2}{f_c^2} \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}} J_n'^2(K_{TM_{nm}} a) |E_0|^2$$

Снага која се преноси кружним таласоводом и коефицијент слабљења

- Коефицијент слабљења због губитака у проводнику за ТЕ типове таласа је

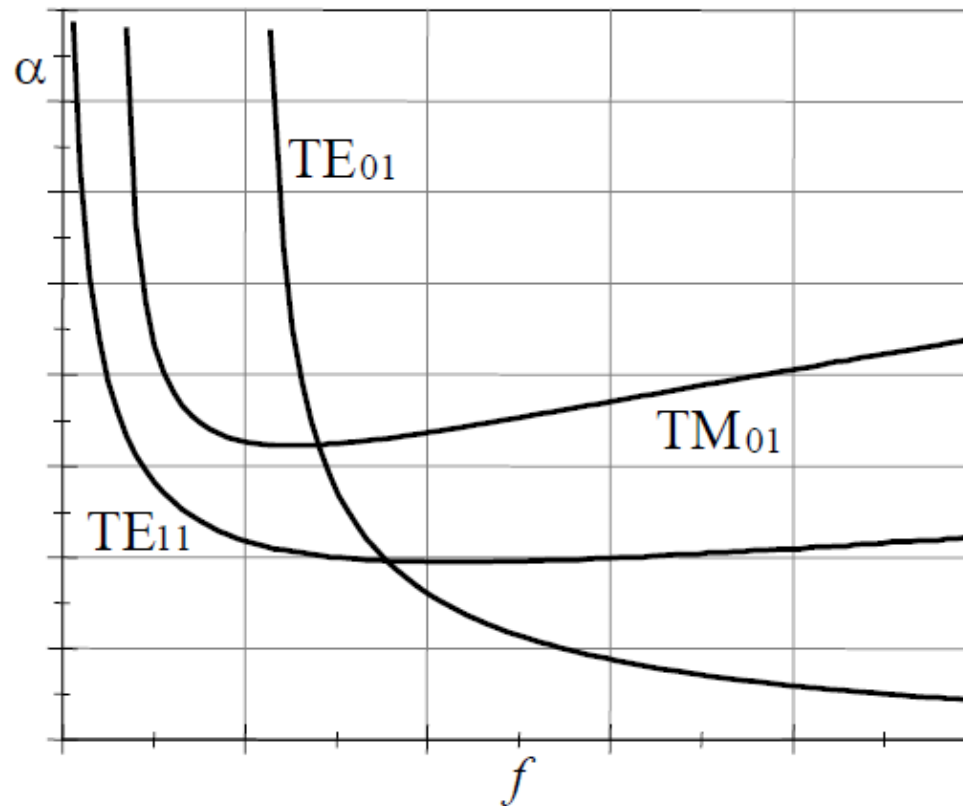
$$\alpha_{pTE_{nm}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{R_s}{a \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}}} \left(\frac{f_c^2}{f^2} + \frac{n^2}{x'_{nm}{}^2 - n^2} \right)$$

а за ТМ типове таласа је

$$\alpha_{pTM_{nm}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{R_s}{a \sqrt{1 - \frac{f_c^2}{f^2}}}$$

Снага која се преноси кружним таласоводом и коефицијент слабљења

- Ток слабљења у зависности од учестаности за неколико најнижих типова таласа приказан је на слици испод



Слика 6.5. Ток слабљења неких типова таласа у зависности од учестаности.

Снага која се преноси кружним таласоводом и коефицијент слабљења

- Слабљење таласа TE_{01} , као и осталих TE_{0m} типова таласа, монотono опада са порастом учестаности, тако да се, избором довољно великог односа f/f_c , може добити произвољно мало слабљење
 - Међутим, ако је учестаност врло висока, постоји проблем обезбеђивања услова да се простире само TE_{0m} тип таласа, што се решава постављањем таласних филтара

Снага која се преноси кружним таласоводом и коефицијент слабљења

- У следећој табlici наведени су подаци за стандардне кружне таласоводе
 - Радни опсег учестаности је дат за доминантни тип таласа
 - IEC ознаке су према централној учестаности радног опсега израженој у стотинама мегахерца, док су ознаке према америчким стандардима (WC) према унутрашњем пречнику таласовода ($2a$) израженом у стотим деловима инча

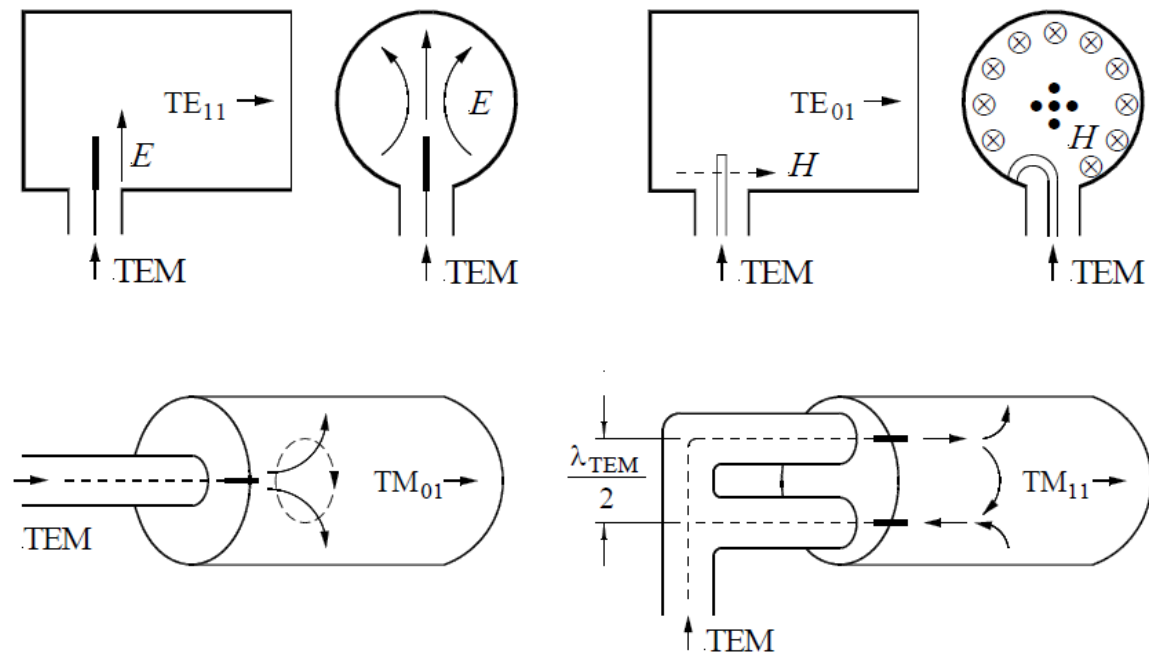
Снага која се преноси кружним таласоводом и коефицијент слабљења

Тип		Опсег учестаности [GHz]		Полупречни к [mm]	Теоријско слабљење	
153 IEC-	WC-	од f_d	до f_g		@ f [GHz]	α [dB/m]
C3.3	2551	0,312	0,427	323,9	0,325	0,00067
C4	2179	0,365	0,500	276,7	0,380	0,00085
C4.5	1862	0,427	0,586	236,4	0,446	0,00108
C5.3	1590	0,500	0,686	201,9	0,522	0,00137
C6.2	1359	0,586	0,803	172,5	0,611	0,00174
C7	1161	0,686	0,939	147,39	0,715	0,00219
C8	992	0,803	1,10	129,92	0,838	0,00278
C10	847	0,939	1,29	107,57	0,980	0,00352
C12	724	1,10	1,51	91,88	1,147	0,00447
C14	618	1,29	1,76	78,50	1,343	0,00564
C16	528	1,51	2,07	67,05	1,572	0,00715
C18	451	1,76	2,42	57,29	1,841	0,00906
C22	385	2,07	2,83	48,93	2,154	0,0115
C25	329	2,42	3,31	41,81	2,521	0,0140
C30	281	2,83	3,88	35,71	2,952	0,0184
C35	240	3,31	4,54	30,52	3,455	0,0233
C40	205	3,89	5,32	25,99	4,056	0,0297
C48	175	4,54	6,23	22,22	4,744	0,0375
C56	150	5,30	7,27	19,05	5,534	0,0473

Тип		Опсег учестаности [GHz]		Полупречни к [mm]	Теоријско слабљење	
153 IEC-	WC-	од f_d	до f_g		@ f [GHz]	α [dB/m]
C65	128	6,21	8,51	16,72	6,480	0,0599
C76	109	7,27	9,97	13,894	7,588	0,0759
C89	94	8,49	11,6	11,912	8,850	0,0956
C104	80	9,97	13,7	10,122	10,42	0,1220
C120	69	11,6	15,9	8,737	12,07	0,1524
C140	59	13,4	18,4	7,544	13,98	0,1893
C165	50	15,9	21,8	6,350	16,61	0,2459
C190	44	18,2	24,9	5,563	18,95	0,3003
C220	38	21,2	29,1	4,762	22,14	0,3787
C255	33	24,3	33,2	4,165	25,31	0,4620
C290	28	28,3	38,8	3,563	29,54	0,5834
C330	25	31,8	43,6	3,175	33,20	0,6938
C380	22	36,4	49,8	2,781	37,91	0,8486
C430	19	42,4	58,1	2,387	44,16	1,0650
C495	17	46,3	63,5	2,184	48,26	1,2190
C580	14	56,6	77,5	1,790	58,88	1,643
C660	13	63,5	87,2	1,583	66,41	1,967
C765	11	72,7	99,7	1,384	76,15	2,413
C890	9	84,6	116	1,194	88,30	3,011

Таласоводне компоненте

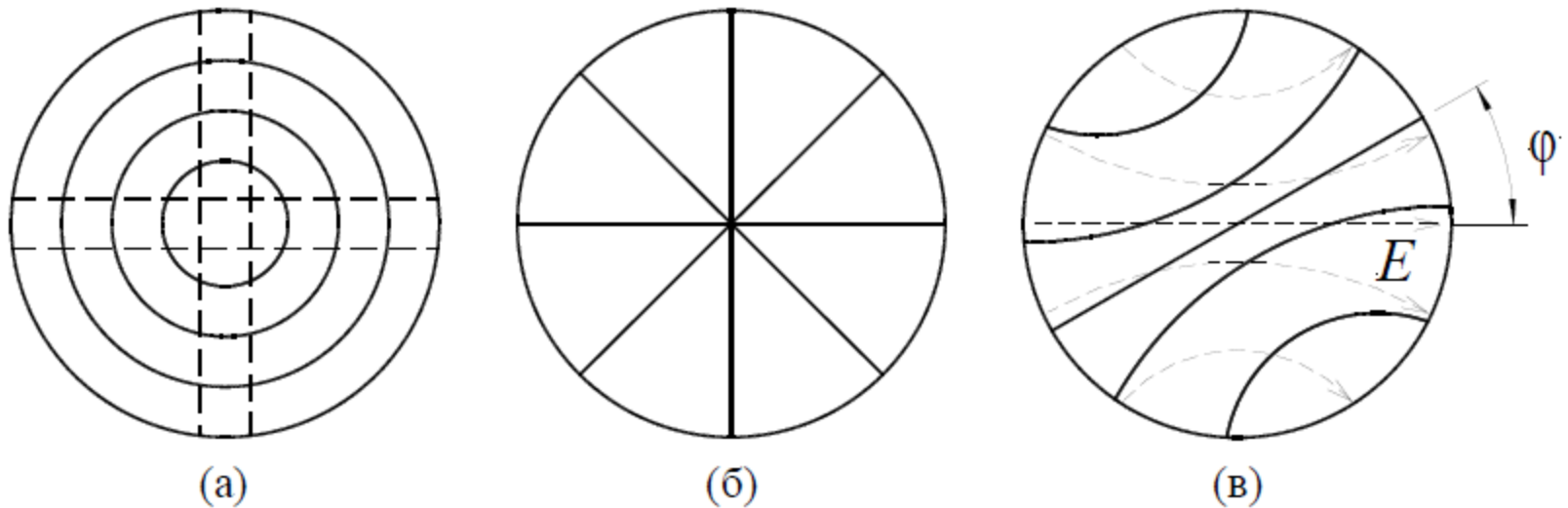
- Многе компоненте у техници кружних таласовода сличне су оним у техници правоугаоних таласовода
 - На пример, на слици испод приказани су прелази са коаксијалног вода на кружни таласовод
 - Скице у уздужном пресеку уопште се не разликују од оних код правоугаоних таласовода



Слика 6.6. Прелази са коаксијалног вода на кружни таласовод.

Таласоводне компоненте

- На слици испод приказани су таласни филтри

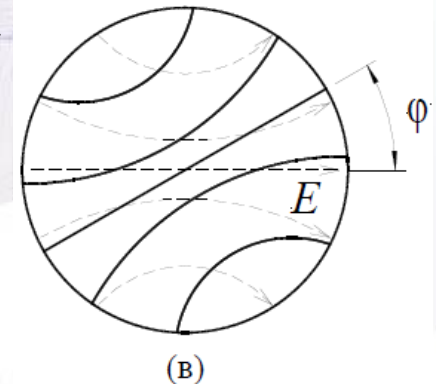


Слика 6.7. Таласни филтри за кружни таласовод.

Таласоводне компоненте

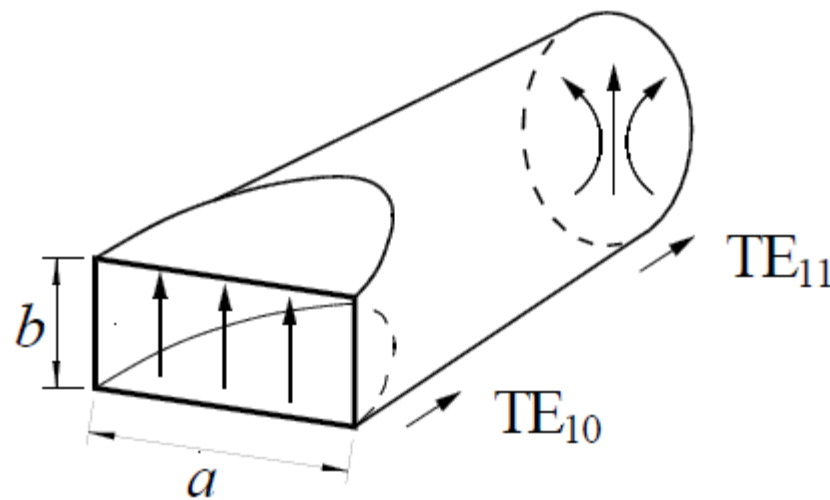
–Окретањем филтра са слике око осе таласовода (управе на раван цртежа) може се постићи промена снаге доминантног таласа који пролази кроз филтар

- Доминантни талас са линијски поларизованим електричним пољем може се представити као збир два таласа са линијски поларизованим електричним пољем, од којих је електрично поље једног таласа паралелно проводницима филтра, па га филтар практично у потпуности рефлектује, док други талас филтар највећим делом пропушта
- Интензитет поља пропуштеног таласа је, приближно, $\sin \phi$ пута интензитет поља инцидентног таласа, где је ϕ угао између проводника филтра и електричног поља инцидентног таласа
- Поларизација електричног поља пропуштеног таласа је линијска, али је угао између електричног поља инцидентног и пропуштеног таласа једнак $\pi/2 - \phi$



Таласоводне компоненте

- На слици испод приказан је прелаз са правоугаоног таласовода на кружни
 - У оба таласовода се простиру доминантни типови таласа (TE_{10} на правоугаоном таласоводу, а TE_{11} на кружном), чије су структуре поља врло сличне



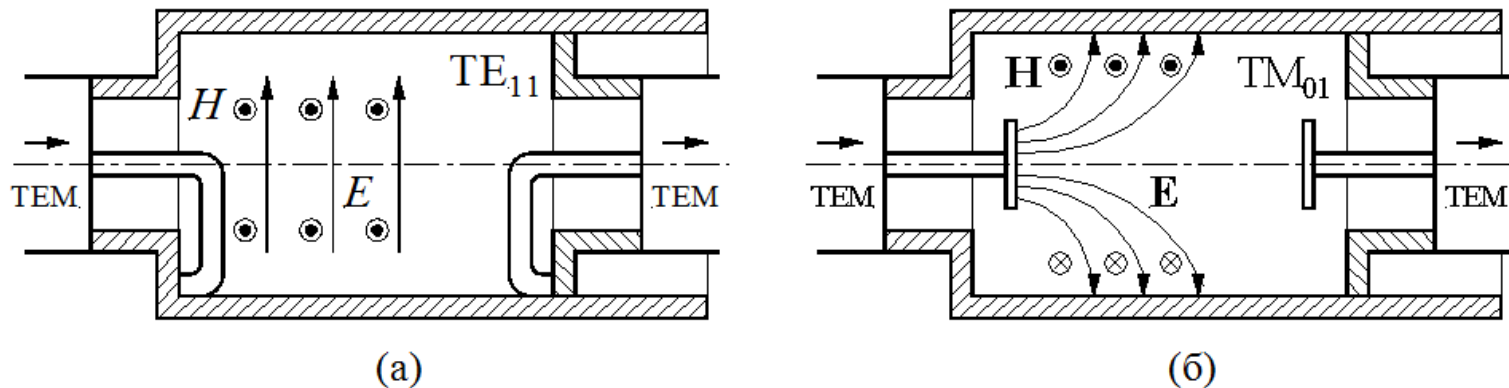
Слика 6.8. Прелаз са правоугаоног таласовода на кружни.

Таласоводне компоненте

- Као што је поменуто у другом поглављу, ако је учестаност таласа знатно нижа од критичне, талас дуж осе таласовода не мења фазу, али му интензитет опада експоненцијално
 - Захваљујући тој особини, праве се променљиви ослабљивачи у коаксијалној техници, као што је приказано на наредној слици
 - Између два коаксијална вода налази се секција кружног таласовода, а радна учестаност је знатно нижа од критичне учестаности доминантног типа таласа у таласоводу

Таласоводне компоненте

- Коаксијални водови су завршени петљицама (лева слика) или сондама (десна слика)
- Претпоставимо да је леви коаксијални вод прикључен на генератор
- Петљица, односно сонда побуђује у кружном таласоводу поље које одговара таласу TE_{11} , односно TM_{01} типа
 - Пошто су петљице и сонде врло слабо прилагођене, највећи део инцидентног таласа се рефлектује назад ка генератору



Слика 6.9. Ослабљивачи за коаксијалне водове са секцијом кружног таласовода.

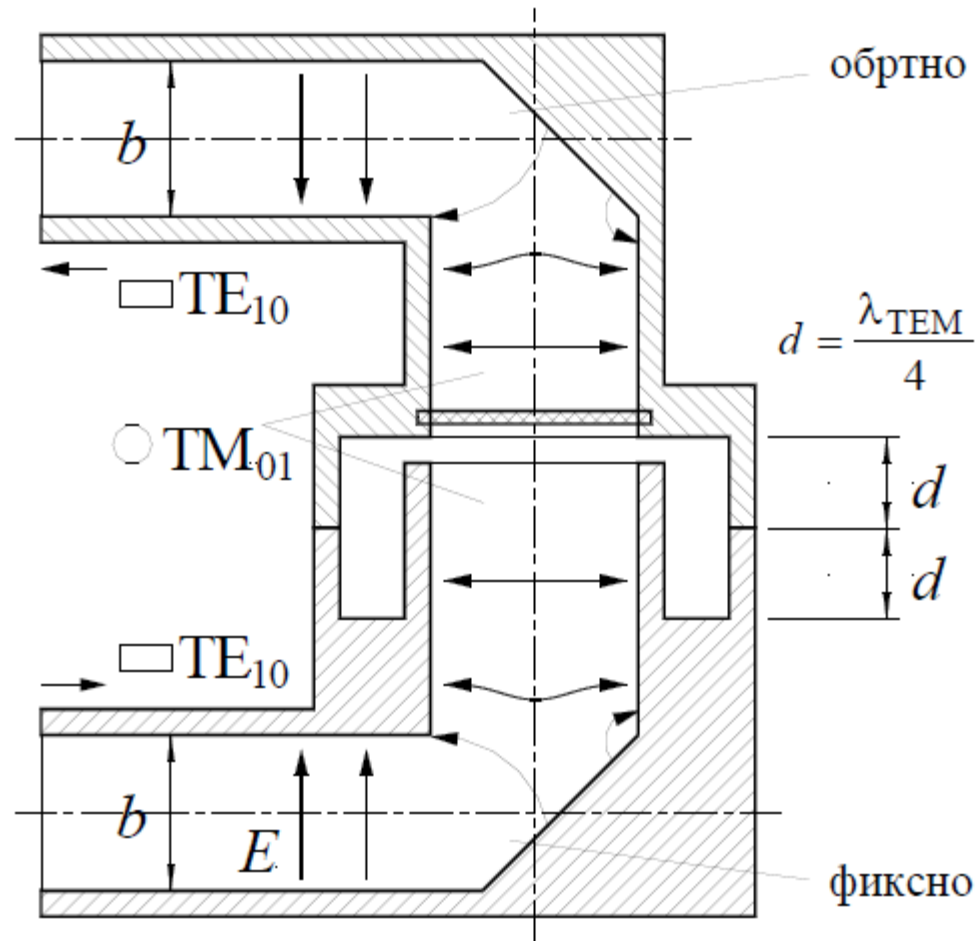
Таласоводне компоненте

- Поље у кружном таласоводу експоненцијално слаби, и такво ослабљено поље побуђује петљицу, односно сонду другог коаксијалног вода
 - У том воду се јавља TEM талас, чији је интензитет знатно слабији од интензитета TEM таласа који долази од генератора
 - Уколико је растојање између петљица или сонди довољно велико тако да нема повратног утицаја другог коаксијалног вода на први, слабљење TEM таласа (у dB) је практично линеарно сразмерно растојању између петљица, односно сонди
- Код описаних ослабљивача минимално слабљење је врло велико (реда 20 dB), а максимално може бити и око 100 dB

Таласоводне компоненте

- Због проблема око стабилности поларизације поља кружног таласовода, овакви таласоводи се знатно ређе користе од правоугаоних
- Ипак постоји једна примена где су они незаменљиви, а то је код обртне спојнице
 - Оваква спојница се поставља код радара или ометачких система који имају обртну антену
 - Предајник оваквих уређаја има врло велику снагу, тако да се са антеном мора спојити таласоводом
 - Због својих димензија, предајник је непокретан
 - Како се антена окреће, између ње и предајника мора постојати обртна спојница, приказана на следећој слици

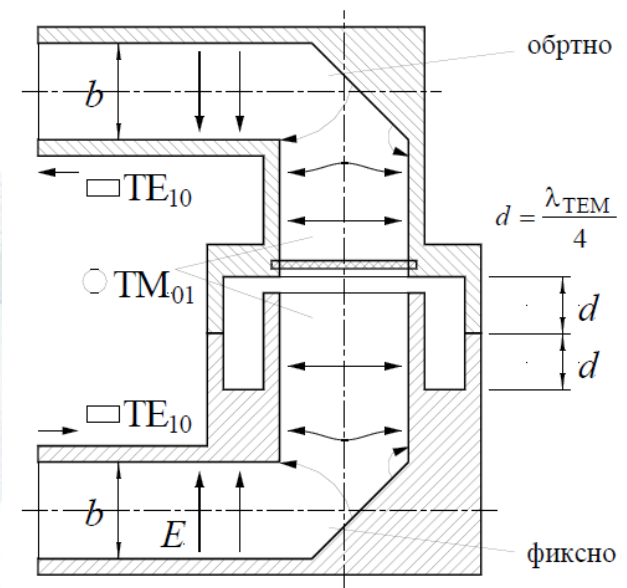
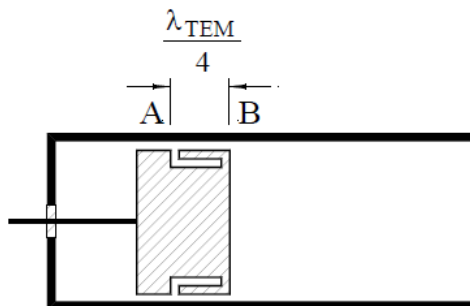
Таласоводне компоненте



Слика 6.10. Обртна спојница.

Таласоводне компоненте

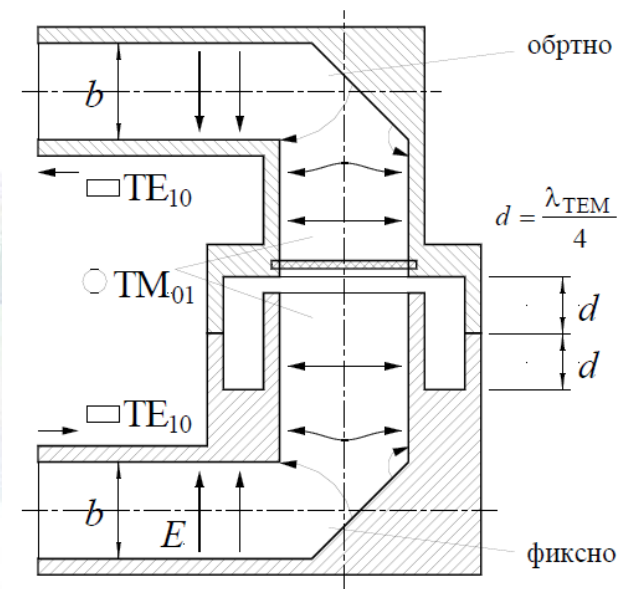
- Доминантни тип таласа у правоугаоном таласоводу (TE_{10}) побуђује TM_{01} тип таласа у вертикалном кружном таласоводу – Две секције кружног таласовода (непокретна и покретна) спојене су клизном спојницом која ради на истом принципу као помични кратки спој, приказан раније
- При томе квалитет галванског контакта између таласовода није критичан



Слика 6.10. Обртна спојница.

Таласоводне компоненте

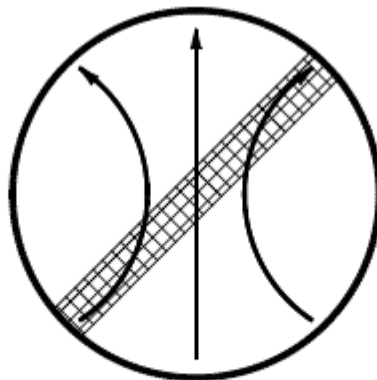
- Покретни кружни таласовод даље побуђује доминантни тип таласа у правоугаоном таласоводу (TE_{10}) спојеном за антену
 - Како је поље TM_{01} таласа ротационо симетрично, пренос између два правоугаона таласовода не зависи од угла између тих таласовода
 - На споју два кружна таласовода поставља се таласни филтар чији је задатак да потисне друге типове таласа који се могу простирати у том таласоводу



Слика 6.10. Обртна спојница.

Таласоводне компоненте

- На слици испод приказан је поларизатор, који претвара доминантни тип таласа (TE_{11}) са линијском поларизацијом електричног поља у доминантни тип таласа са кружном поларизацијом електричног поља
– Под углом од 45° у односу на правац електричног поља у средини таласовода постављена је диелектрична плочица



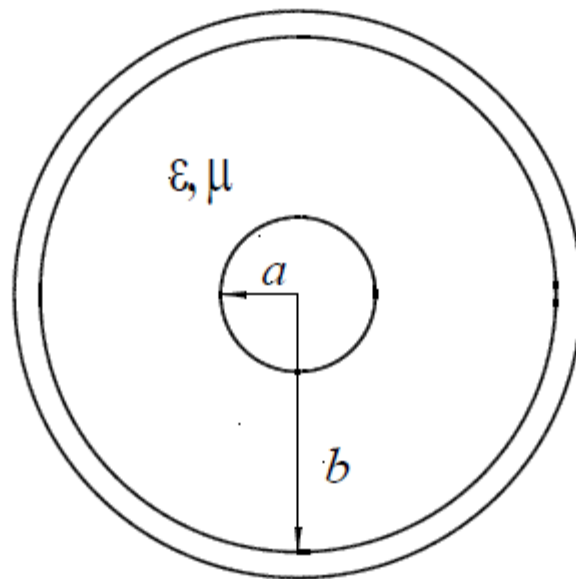
Слика 6.11. Претварање таласа са линијски поларизованим електричним пољем у талас са кружно поларизованим пољем.

Таласоводне компоненте

- Инцидентни талас се може раставити на два таласа са линијском поларизацијом електричног поља
- Електрично поље једног таласа је паралелно плочици, а поље другог таласа је нормално на плочицу
 - Таласи су у фази пре наиласка на плочицу
 - Плочица утиче на простирање првог таласа тако што смањује критичну учестаност (повећава ефективну пермитивност таласовода), а тиме мења и таласну дужину
 - Плочица врло мало утиче на простирање другог таласа (као што таласни филтар са проводником нормалним на електрично поље мало утиче на простирање таласа)
 - Ако се дужина плочице подеси тако да, због различитих таласних дужина таласа, између таласа настане фазна разлика од $\pi/2$ приликом простирања дуж плочице, иза плочице ће се простирати талас са кружном поларизацијом електричног поља

Виши типови таласа у коаксијалном воду

- Коаксијални вод, чији је попречни пресек приказан на слици, поседује цилиндричну симетрију, а од кружног таласовода разликује се само по томе што има унутрашњи проводник



Слика 6.12. Попречни пресек коаксијалног вода.

Виши типови таласа у коаксијалном воду

- Дуж коаксијалног вода може се простирати ТЕМ талас, без обзира на учестаност
 - Таласовод не може водити ТЕМ талас, јер има само један проводник
- Међутим, ако је учестаност довољно висока, дуж коаксијалног вода могу се простирати ТЕ и ТМ таласи, који представљају више (и обично нежељене) типове таласа

Виши типови таласа у коаксијалном воду

- Анализа ТЕ и ТМ таласа у коаксијалном воду веома је слична као код кружног таласовода

– Код ТЕ таласа, \underline{H}_z задовољава таласну једначину

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \underline{H}_z + \underline{K}^2 \underline{H}_z = 0$$

– Трансверзалне компоненте поља изводе се из \underline{H}_z на основу једначина

$$\underline{E}_r = -\frac{j\omega\mu}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}, \quad \underline{E}_\phi = \frac{j\omega\mu}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}$$

$$\underline{H}_r = -\frac{j\beta}{\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r}, \quad \underline{H}_\phi = -\frac{j\beta}{r\underline{K}^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi}$$

– Међутим, разлика постоји у граничним условима

Виши типови таласа у коаксијалном воду

- Код коаксијалног вода једначина $\underline{E}_\phi = 0$ мора да буде испуњена на површи унутрашњег проводника ($r = a$), као и на површи спољашњег проводника ($r = b$), одакле се добија да једначина

$$\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r} = 0$$

мора да буде задовољена за $r = a$ и $r = b$

- Методом раздвајања променљивих долази се до истог општег решења за функције $\underline{R}(r)$ и $\underline{\Phi}(\phi)$ као и у кружном таласоводу
- Уз упрошћавајућу претпоставку да је $\phi_0 = 0$, опште решење за \underline{H}_z сада гласи

$$\underline{H}_z(r, \phi, z) = [\underline{C}_2 J_n(\underline{K}r) + \underline{C}_3 N_n(\underline{K}r)] \cos n\phi \exp(-j\beta z)$$

Виши типови таласа у коаксијалном воду

- Нојманова функција сада не отпада у решењу, јер претходна једначина важи за $a < r < b$ и не обухвата случај $r = 0$, када је Нојманова функција сингуларна
- Две константе, \underline{C}_2 и \underline{K} , одређују се на основу граничних услова, из једначина

$$\underline{C}_2 J_n'(\underline{K}a) + \underline{C}_3 N_n'(\underline{K}a) = 0, \quad \underline{C}_2 J_n'(\underline{K}b) + \underline{C}_3 N_n'(\underline{K}b) = 0$$

а трећа константа (\underline{C}_3) остаје неодређена (као константа \underline{H}_0 код ТЕ таласа у кружном таласоводу)

– Претходни систем једначина може се решити само нумерички

- Када је позната константа \underline{K} , позната је и критична учестаност таласа
- Сличним поступком могу се анализирати и ТМ таласи у коаксијалном воду

Виши типови таласа у коаксијалном воду

- Не улазећи даље у анализу виших типова таласа, наведимо само да најнижу критичну учестаност од свих виших типова има TE_{11} талас

– Та учестаност је дата приближним изразом

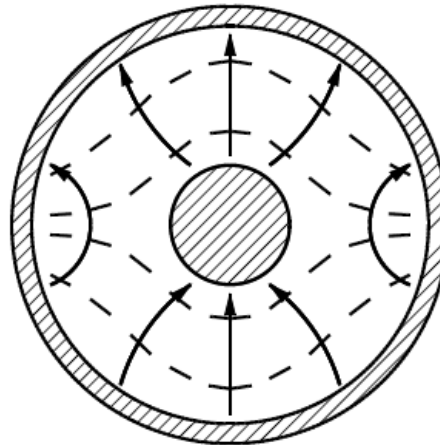
$$f_{cTE11} \approx \frac{c}{\pi(a+b)}$$

где је $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ брзина простирања TEM таласа у посматраном воду

- Како је $\pi(a+b)$ средњи обим проводника коаксијалног вода, то значи да је најнижа критична учестаност виших типова таласа она при којој је таласна дужина TEM таласа на коаксијалном воду приближно једнака средњем обиму проводника вода

Виши типови таласа у коаксијалном воду

- На слици испод приказана је структура поља TE_{11} типа таласа у коаксијалном воду
 - Уколико је радна учестаност коаксијалног вода виша од $f_{cTE_{11}}$, вод постаје практично неупотребљив, јер на дисконтинуитетима лако долази до конверзије TEM таласа у више типове таласа



Слика 6.13. Скица линија електричног (—) и магнетског (---) поља TE_{11} типа таласа у коаксијалном воду.

Граничне учестаности конектора за коаксијалне водове

- Сматрамо да је диелектрик тефлон
- За граничну учестаност узима се учестаност нижа од критичне учестаности TE_{11} типа таласа (обично око 90% учестаности $f_{cTE_{11}}$)
 - BNC 4 GHz
 - SMA 25GHz
 - N
 - 11 GHz за стандардни конектор
 - 18 GHz за прецизни конектор (ваздушни диелектрик)

Граничне учестаности конектора за коаксијалне водове

