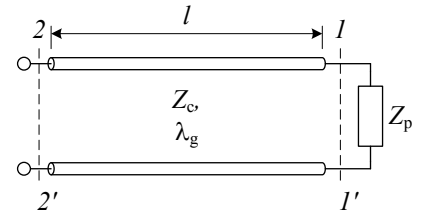


Текстови задатака са вежби из Микроталасне технике, школске године 2018/2019.

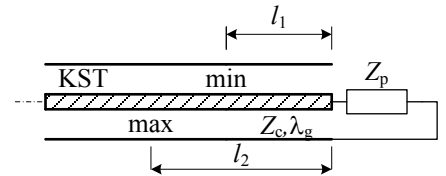
1. двочас

1. Дат је вод карактеристичне импедансе $Z_c = 74 \Omega$ на чијем крају је прикључен потрошач импедансе $Z_p = (37 - j37) \Omega$. Дужина вода је $l = 0,2303 \text{ m}$. Таласна дужина на воду је $\lambda_g = 0,1 \text{ m}$. Вод је без губитака. Израчунати улазну импедансу, улазну адмитансу и коефицијент стојећих таласа на воду.



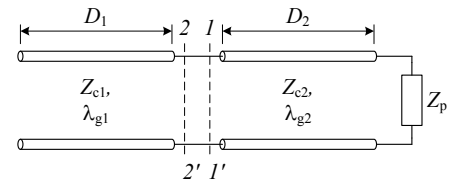
Решење: $Z_{ul} = (148 + j74) \Omega$, $Y_{ul} = (5,4 - j2,7) \text{ mS}$ и $KST = 2,6$.

2. Дат је коаксијални вод на коме је измерен коефицијент стојећих таласа 1,6. Таласна дужина на воду је $\lambda_g = 0,3 \text{ m}$, а карактеристична импеданса вода је $Z_c = 73 \Omega$. (а) Растојање првог минимума стојећег таласа напона од потрошача је $l_1 = 0,13 \text{ m}$. (б) Растојање другог максимума од потрошача је $l_2 = 0,205 \text{ m}$. Израчунати импедансу потрошача у оба случаја.



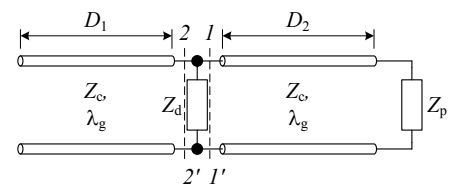
Решење: (а) $Z_p = (52 + j16) \Omega$ и (б) $Z_p = (52 + j16) \Omega$.

3. Два хомогена вода без губитака су везана каскадно. Познато је: дужина првог вода $D_1 = 871,6 \text{ mm}$, таласна дужина на првом воду $\lambda_{g1} = 400 \text{ mm}$, карактеристична импеданса првог вода $Z_{c1} = 100 \Omega$, дужина другог вода $D_2 = 713,0 \text{ mm}$, таласна дужина на другом воду $\lambda_{g2} = 500 \text{ mm}$ и карактеристична импеданса другог вода $Z_{c2} = 50 \Omega$. На крају другог вода је везан потрошач $Z_p = (200 + j50) \Omega$. Израчунати улазну импедансу првог вода.



Решење: $Z_{ul} = (240 - j180) \Omega$.

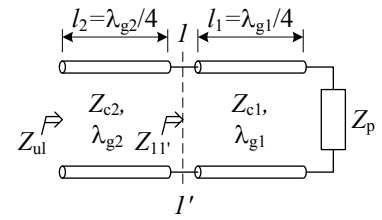
4. Хомоген вод без губитака завршен је потрошачем импедансе $Z_p = (15 + j35) \Omega$. Карактеристична импеданса вода је $Z_c = 50 \Omega$, а таласна дужина на воду је $\lambda_g = 0,2 \text{ m}$. У вод се паралелно прикључи импеданса $Z_d = -j40 \Omega$ на растојању $D_2 = 91,2 \text{ mm}$ од потрошача. Одредити импедансу на растојању $D_1 = 459,8 \text{ mm}$ ка генератору, од убачене реактансе. Израчунати коефицијент стојећих таласа лево и десно од реактансе.



Решење: $Z_{ul} = (40 - j30) \Omega$, $KST_{1l'} = 5,07$ и $KST_{2l'} = 2$.

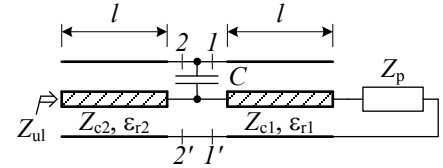
2. двочас

1. Два хомогена четврт-таласна вода везана су каскадно. Карактеристичне импедансе водова су Z_{c1} и Z_{c2} и међусобно су различите. Одредити израз за улазну импедансу Z_{ul} ако је на крају вода 1 везан потрошач импедансе Z_p .



Решење: $Z_{ul} = Z_p \frac{Z_{c2}^2}{Z_{c1}^2}$.

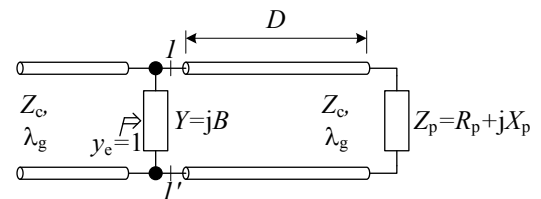
2. Дата је каскадна веза два коаксијална вода једнаких дужина $l = 1 \text{ m}$ али различитих карактеристичних импеданси $Z_{c1} = 70 \Omega$, $Z_{c2} = 50 \Omega$ и различитих релативних пермитивности $\epsilon_{r1} = 5$ и $\epsilon_{r2} = 3$. На месту споја је оточно везан кондензатор капацитивности $C = 2 \text{ pF}$. На слободном крају другог вода прикључен је генератор таласне дужине у слободном простору $\lambda_0 = 9,7 \text{ cm}$, а на слободном крају првог вода је везан потрошач импедансе $Z_p = (50 - j50) \Omega$.



Израчунати улазну импедансу на месту генератора.

Решење: $Z_{ul} = (40 - j135) \Omega$.

3. (а) Одредити место и бројну вредност (нормализоване) сусцептансе коју треба оточно поставити у вод да би се постигло прилагођење потрошача. Вод је хомоген, без губитака, са ТЕМ таласом.



(б) **Бројни пример:** На ком месту треба оточно поставити капацитивну реактансу у вод да би се постигло прилагођење потрошача $Z_p = (0,7 - j0,95)Z_c$.

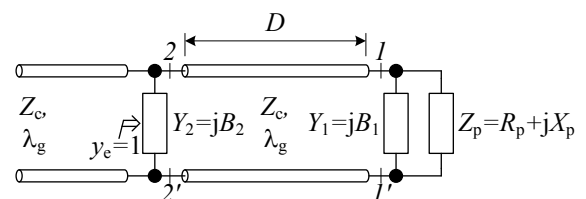
Колика је вредност реактансе. Пример решити помоћу Смитовог дијаграма.

Решење: (а) За $g_p = 1$ постоје два групе решења: $b_p = b$, $D = \frac{\lambda_g}{2\pi} \arctan\left(\frac{2}{b_p}\right) + m \frac{\lambda_g}{2}$ и

$b_p = -b$, $D = n \frac{\lambda_g}{2}$. За $g_p \neq 1$ $b = \pm \sqrt{\frac{b_p^2 + (g_p - 1)^2}{g_p}}$ и $D = \frac{\lambda_g}{2\pi} \arctan\left(\frac{1 - g_p}{b_p - b g_p}\right) + p \frac{\lambda_g}{2}$.

(б) $D = 0,222\lambda_g + q \frac{\lambda_g}{2}$ и $z_{\text{cond}} = \frac{1}{j1,2} = -j0,83$, $m, n, p, q \in \mathbb{N}_0$.

4. Одредити бројне вредности и растојање нормализованих сусцептанси које треба оточно поставити у вод да би се постигло прилагођење потрошача. Вод је хомоген, без губитака, а по њему се простире ТЕМ талас.



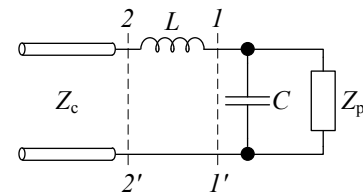
Решење: У општем случају $c = \frac{1}{\tan(\beta D)}$, $b_1 = c - b_p \pm \sqrt{g_p(c^2 - g_p + 1)}$ и $b_2 = \frac{g_p c \pm \sqrt{g_p(c^2 - g_p + 1)}}{g_p}$.

За $g_p \in (0,1)$ $D = \frac{\lambda_g}{4} + m \frac{\lambda_g}{2}$, $b_1 = -b_p \pm \sqrt{g_p(1 - g_p)}$ и $b_2 = \pm \sqrt{\frac{(1 - g_p)}{g_p}}$.

За $g_p \in (1, \infty)$ $D = \frac{\lambda_g}{2\pi} \arctan\left(\frac{1}{\pm \sqrt{g_p - 1}}\right) + n \frac{\lambda_g}{2}$, $b_1 = c - b_p$ и $b_2 = c$, $m, n \in \mathbb{N}_0$.

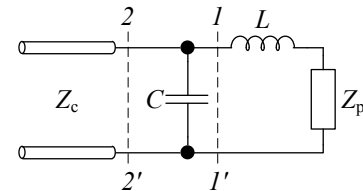
3. двочас

1. Пројектовати коло за прилагођење пријемника комплексне импедансе $\underline{Z}_p = (75 - j50)\Omega$ на вод карактеристичне импедансе $Z_c = 50\Omega$. Коло за прилагођење се састоји од два дискретна елемента: калема индуктивности L и кондензатора капацитивности C , као што је приказано на слици. Учестаност генератора је $f = 1\text{ GHz}$. Задатак решити помоћу Смитовог дијаграма.



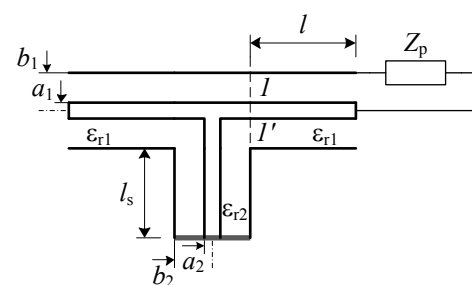
Решење: $C = 0,607\text{ pF}$ и $L = 8,595\text{ nH}$.

2. (а) Пројектовати коло за прилагођење пријемника комплексне импедансе $\underline{Z}_p = (25 - j50)\Omega$ на вод карактеристичне импедансе $Z_c = 50\Omega$. Коло за прилагођење се састоји од два дискретна елемента: калема индуктивности L и кондензатора капацитивности C , као што је приказано на слици. Учестаност генератора је $f = 1\text{ GHz}$. (б) За коло пројектовано у претходној тачки израчунати модул коефицијента рефлексије на учестаностима f , $0,9f$ и $1,1f$.



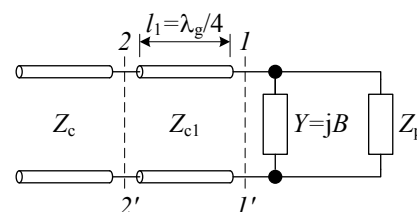
Решење: (а) $L = 11,94\text{ nH}$ и $C = 3,18\text{ pF}$. (б) $|\rho(f)| = 0$, $|\rho_{(0,9f)}| = 0,147$ и $|\rho_{(1,1f)}| = 0,165$.

3. Потрошач импедансе $\underline{Z}_p = (75 + j40)\Omega$ је прикључен на генератор учестаности $f = 1,2\text{ GHz}$ коаксијалним водом. Полупречник унутрашњег проводника коаксијалног вода је $a_1 = 1\text{ mm}$, унутрашњи полупречник спољашњег проводника је $b_1 = 3,25\text{ mm}$, а релативна пермитивност диелектрика је $\epsilon_{r1} = 2$. Пројектовати коло за прилагођење потрошача са једним краткоспојеним огранком. Огранак је начињен од коаксијалног вода полупречника унутрашњег проводника $a_2 = 1\text{ mm}$, унутрашњег полупречника спољашњег проводника $b_2 = 8,72\text{ mm}$ и диелектрика релативне пермитивности $\epsilon_{r2} = 3$. Унутрашња импеданса генератора једнака је карактеристичној импеданси коаксијалног вода.



Решење: $l^{(1)} = 37,17\text{ mm} + m\lambda_{g1}/2$, $l_s^{(1)} = 16,6\text{ mm} + p\lambda_{g2}/2$ и $l^{(2)} = 71,15\text{ mm} + n\lambda_{g1}/2$, $l_s^{(2)} = 55,4\text{ mm} + q\lambda_{g2}/2$, $m, n, p, q \in \mathbb{N}_0$.

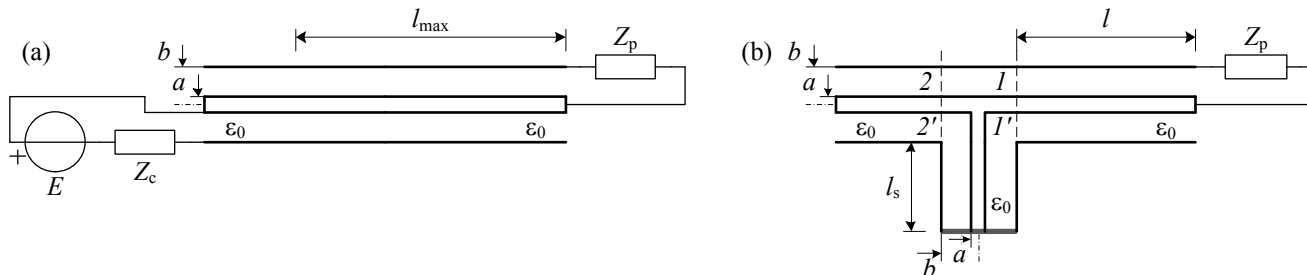
4. Пројектовати коло за прилагођење пријемника комплексне импедансе $\underline{Z}_p = (100 - j50)\Omega$ на вод карактеристичне импедансе $Z_c = 50\Omega$. Коло за прилагођење се састоји од реактивног елемента админтансе $\underline{Y} = jB$ и четвртталасног вода карактеристичне импедансе Z_{c1} , као што је приказано на слици.



Решење: $B = -\frac{1}{250}\text{ S}$ и $Z_{c1} = 25\sqrt{10}\Omega$.

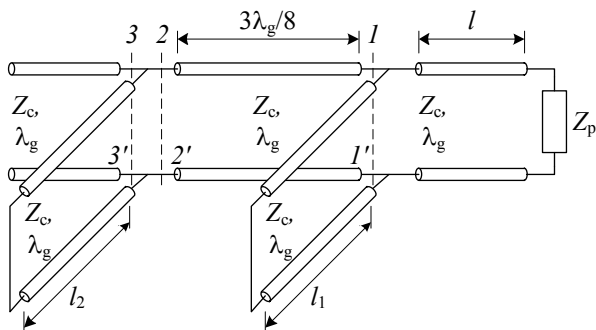
4. двочас

1. Коаксијални вод без губитака, са ваздушним диелектриком, спољашњег полупречника $b = 20 \text{ mm}$ и унутрашњег полупречника $a = 5 \text{ mm}$ завршен је непознатом импедансом Z_p . Један од максимума стојећег таласа напона на овом воду налази се на растојању $l_{\max} = 300 \text{ mm}$ од потрошача. Ефективна вредност напона у максимуму износи $U_{\max} = 120 \text{ V}$, а у минимуму $U_{\min} = 25 \text{ V}$. Учестаност генератора који напаја овај вод је $f = 300 \text{ MHz}$. (а) Израчунати непознату импедансу потрошача. (б) Израчунати потребну дужину и положај (l_s и l) краткоспојеног огранка за прилагођење потрошача на вод. Огранак је направљен од истог коаксијалног вода.



Решење: (а) $Z_p = (19,13 - j25,79)\Omega$. (б) $l^{(1)} = 118 \text{ mm} + m \lambda_g / 2$, $l_s^{(1)} = 417 \text{ mm} + p \lambda_g / 2$ и $l^{(2)} = 482 \text{ mm} + n \lambda_g / 2$, $l_s^{(2)} = 83 \text{ mm} + q \lambda_g / 2$, $m, n, p, q \in \mathbb{N}_0$.

2. Потрошач импедансе $Z_p = (56 - j13)\Omega$ потребно је прилагодити на вод занемарљивих губитака и карактеристичне импедансе $Z_c = 100 \Omega$, помоћу два кратко спојена огранка направљена од истог вода. Огранци су један од другог удаљени $3\lambda_g / 8$, где је λ_g таласна дужина на воду. Одредити дужине и положај огранака на воду.



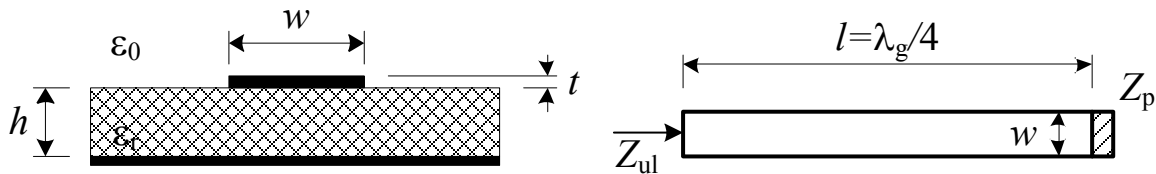
Решење: $l = 0$. $l_1^{(1)} = 0,156 \lambda_g + m \lambda_g / 2$, $l_2^{(1)} = 0,167 \lambda_g + n \lambda_g / 2$ и $l_1^{(2)} = 0,070 \lambda_g + p \lambda_g / 2$, $l_2^{(2)} = 0,097 \lambda_g + q \lambda_g / 2$, $m, n, p, q \in \mathbb{N}_0$.

3. Коаксијални вод има мале губитке и испуњен је диелектриком без губитака релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,3$. Проводници вода су начињени од бабра специфичне проводности $\sigma = 56 \text{ MS/m}$. Полупречник спољашњег проводника је $b = 3 \text{ mm}$. Вод је прикључен на генератор учестаности $f = 1 \text{ GHz}$. Водом се простире TEM талас. Одредити полупречник унутрашњег проводника, a , тако да коефицијент слабљења буде минималан. Израчунати тај коефицијент слабљења и карактеристичну импедансу вода у том случају.

Решење: $a \approx 0,8354 \text{ mm}$. $\alpha \approx 0,1756 \text{ dB/m}$ и $Z_c \approx 50,58 \Omega$.

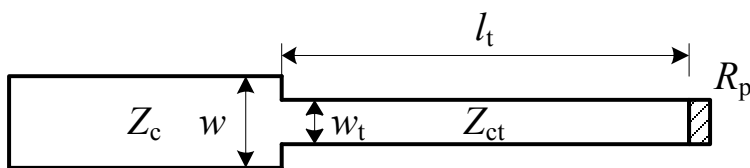
5. двочас

1. Микротракасти четвртталасни вод завршен је потрошачем импедансе $Z_p = (75 + j0)\Omega$. Релативна пермитивност диелектрика је $\epsilon_r = 4$, дебљина подлоге је $h = 1\text{ mm}$, ширина траке је $w = 2,05\text{ mm}$, а дебљина метализације се може занемарити ($t \rightarrow 0$). Учестаност генератора је $f = 1,711\text{ GHz}$. (а) Одредити дужину вода (l), коефицијент стојећих таласа и улазну импедансу (Z_{ul}). (б) Колико треба да износи ширина траке (w_p) да би потрошач био прилагођен на вод?



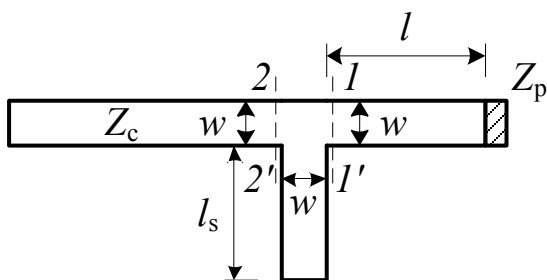
Решење: (а) $l = 24,99\text{ mm}$, $\sigma = 1,492$ и $Z_{ul} = 33,70\Omega$. (б) $w_p = 0,9774\text{ mm}$.

2. Дат је микротракасти вод ширине траке $w = 1,524\text{ mm}$, дебљине подлоге $h = 0,508\text{ mm}$ начињене од тефлона, релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,313$. Вод је везан за потрошач отпорности $R_p = 200\Omega$ преко четвртталасног трансформатора импедансе. Израчунати карактеристичну импедансу (Z_{ct}), ширину траке (w_t) и дужину (l_t) четвртталасног трансформатора импедансе тако да потрошач буде прилагођен на вод. Учестаност генератора је $f = 2\text{ GHz}$. Занемарити реактансе дисконтинуитета настале променом ширине траке и дебљину метализације.



Решење: $Z_{ct} = 100,11\Omega$, $w_t = 0,4347\text{ mm}$ и $l_t = 27,73\text{ mm}$.

3. Микротракасти вод завршен је потрошачем импедансе $Z_p = (16 + j12)\Omega$. Релативна пермитивност керамичке подлоге је $\epsilon_r = 6$, а њена висина је $h = 0,762\text{ mm}$. Карактеристична импеданса траке је $Z_c = 50\Omega$. (а) Израчунати ширину траке (w). (б) Пројектовати коло за прилагођење потрошача на микротракасти вод, са једним отвореним огранком направљеним од траке исте ширине w . (Израчунати дужину огранка (l_s) и одстојање огранка од потрошача (l)). Учестаност генератора је $f = 1\text{ GHz}$. Занемарити дебљину метализације.



Решење: (а) $w = 1,145\text{ mm}$. (б) $l^{(1)} = 5,616\text{ mm} + m\lambda_g/2$, $l_s^{(1)} = 20,74\text{ mm} + p\lambda_g/2$ и $l^{(2)} = 54,58\text{ mm} + n\lambda_g/2$, $l_s^{(2)} = 51,26\text{ mm} + q\lambda_g/2$, $m, n, p, q \in \mathbb{N}_0$.

6. двочас

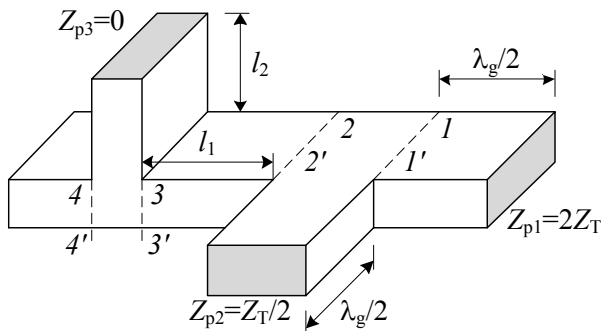
1. Преносни систем састоји се од прилагођеног генератора, коаксијалног вода, правоугаоног таласовода и таласоводног потрошача везаних каскадно. За мерење константи овог система укључен је, у коаксијални део преносног система, коаксијални мерни вод, а у таласоводни део мерни таласовод. На мерном воду снимљена је крива стојећег таласа напона и нађено је да се суседни минимуми налазе на међусобном растојању $D_v = 47 \text{ mm}$ један од другога. Такође је снимљена крива стојећег таласа на мерном таласоводу и нађено је да се суседни минимуми налазе на међусобном растојању $D_T = 52 \text{ mm}$. Поред тога, на мерном таласоводу детектором је измерен коефицијент стојећих таласа $\sigma_T = 2,6$.

Затим је потрошач таласовода замењен кратким спојем и снимљена је крива стојећег таласа. Нађено је да су се положаји минимума померили за: (1) $\Delta D_T = 20 \text{ mm}$ према кратком споју, (2) $\Delta D_T = 20 \text{ mm}$ према генератору, у односу на положаје нађене претходним мерењем.

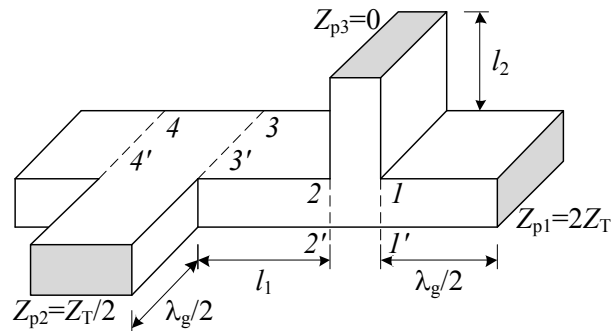
Ако су мерни таласовод и мерни коаксијални вод испуњени ваздухом и ако је у таласоводу побуђен доминантни тип таласа (TE_{10}) одредити: (а) димензије попречног пресека таласовода (узети да је $a/b = 2$) и (б) импедансе потрошача за случајеве под (1) и (2).

Решење: (а) $a = 109,85 \text{ mm}$, $b = a/2 = 54,925 \text{ mm}$. (б) $Z_{p1} = (626 - j459) \Omega$ и $Z_{p2} = (626 + j459) \Omega$.

2. (а) За таласоводне системе на сликама 1 и 2, направљене од истих таласовода, одредити дужину одсечка таласовода l_1 и дужину краткоспојеног огранка таласовода l_2 , тако да системи буду прилагођени. У таласоводу се простире само доминантни тип таласа. Таласна дужина дуж таласовода је λ_g , а таласна импеданса је Z_T . (б) Израчунати улазну импедансу таласоводног система на слици 1 ако је нормализована импеданса потрошача $z_{p1} = 0,5 - j1$, дужина одсечка таласовода $l_1 = \lambda_g / 4$ и дужина краткоспојеног огранка таласовода $l_2 = \lambda_g / 8$.



Слика 1.



Слика 2.

Решење:

(а) $l_1 = \text{произвољно}$, $l_2 = m \lambda_g / 2$.

(а) $l_1 = n \lambda_g / 2$, $l_2 = p \lambda_g / 2$, $n, p \in \mathbb{N}_0$.

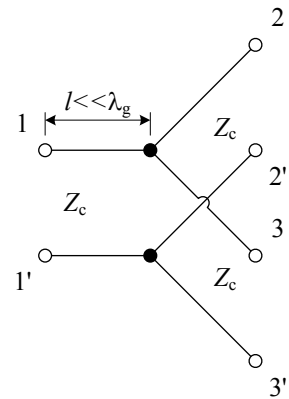
(б) $z_{44'} = 0,9 + j1,8$.

7. двочас

1. Увод s -параметри.

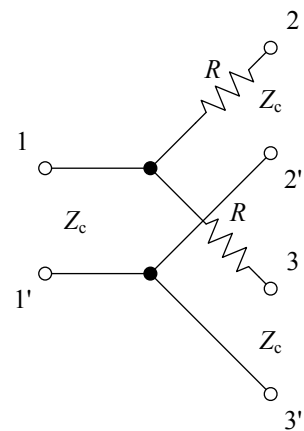
2. Одредити s -параметре симетричног Т-споја без губитака приказаног на слици. Номиналне импедансе свих приступа су једнаке и износе Z_c .

Решење:
$$[s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

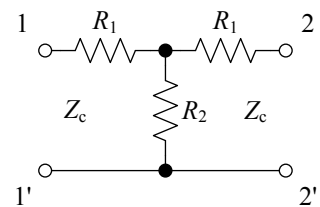


3. Микроталасни отпорнички делитељ снаге има три приступа и реализује се помоћу два отпорника као на слици. Отпорности отпорника су једнаке и износе R . Номиналне импедансе свих приступа су једнаке и једнаке су отпорностима отпорника $Z_c = R$. Одредити s -параметре ове мреже.

Решење:
$$[s] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$



4. (а) Одредити s -параметре отпорничке Т-мреже приказане на слици. Номиналне импедансе свих приступа су једнаке и износе Z_c . (б) Који услов би требало да задовољавају отпорности R_1 и R_2 да би мрежа била прилагођена? (в) Одредити s -матрицу у том случају.

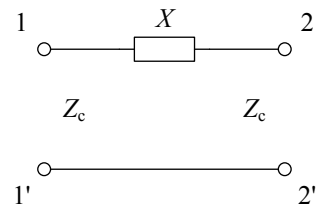


Решење: (а) $R_e = R_1 + \frac{R_2(R_1 + Z_c)}{R_2 + R_1 + Z_c},$

$$[s] = \begin{bmatrix} \frac{R_e - Z_c}{R_e + Z_c} & \frac{2Z_c(R_e - R_1)}{(R_1 + Z_c)(R_e + Z_c)} \\ \frac{2Z_c(R_e - R_1)}{(R_1 + Z_c)(R_e + Z_c)} & \frac{R_e - Z_c}{R_e + Z_c} \end{bmatrix}.$$

(б) $R_2 = \frac{Z_c^2 - R_1^2}{2R_1}.$ (в)
$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{Z_c - R_1}{Z_c + R_1} \\ \frac{Z_c - R_1}{Z_c + R_1} & 0 \end{bmatrix}.$$

5. (а) Одредити реактансу X редно везаног реактивног елемента ако је познат један елемент s -матрице мреже са слике. За бројни пример узети да је познато $s_{11} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j\frac{\pi}{4}}$. Номиналне импедансе свих приступа су једнаке и износе $Z_c = 50 \Omega$. (б) У том случају одредити преостале елементе s -матрице за мрежу са слике.

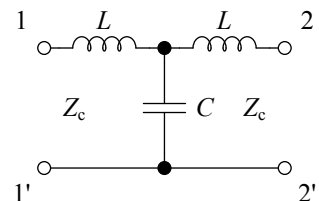


Решење: (а) $X = 100 \Omega$. (б) $[s] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} e^{j\frac{\pi}{4}} & e^{-j\frac{\pi}{4}} \\ e^{-j\frac{\pi}{4}} & e^{j\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$.

6. Одредити s -параметре реактивне Т-мреже приказане на слици.

Номиналне импедансе свих приступа су једнаке и износе $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$,

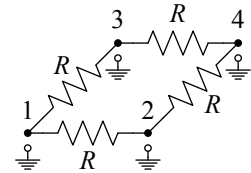
а угаона учестаност је $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.



Решење: $[s] = \begin{bmatrix} 0 & -j \\ -j & 0 \end{bmatrix}$.

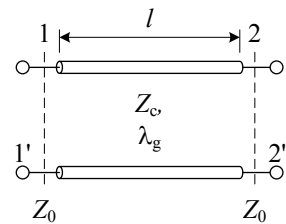
8. двочас

1. (05. фебруар 2006.) Израчунати s -параметре четворопортне отпорне мреже на слици. Отпорности свих отпорника су једнаке и износе $R = 100 \Omega$. Приступ (порт) мреже чини чвор са одговарајућим индексом и тачка нултог потенцијала (маса). Номиналне импедансе свих приступа су једнаке и износе $Z_0 = 50 \Omega$.



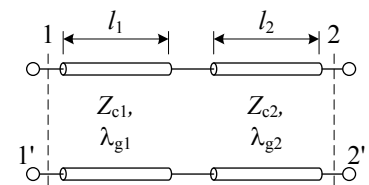
Решење: $[s] = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Израчунати s -параметре вода без губитака карактеристичне импедансе $Z_c = 25 \Omega$ ако је дужина вода (а) $l = \lambda_g/4$ и (б) $l = \lambda_g/2$. Номиналне импедансе оба приступа су једнаке и износе $Z_0 = 50 \Omega$.



Решење: (а) $[s] = \begin{bmatrix} -0,6 & -j0,8 \\ -j0,8 & -0,6 \end{bmatrix}$, (б) $[s] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

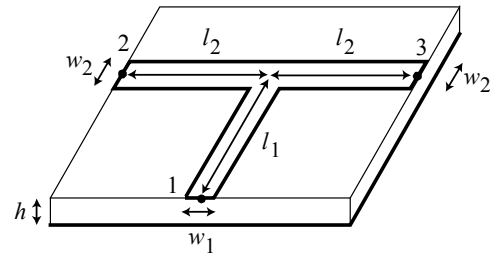
3. (27. јануар 2008.) Два идеална вода без губитака везана су каскадно као на слици. Карактеристичне импедансе водова су $Z_{c1} = 50 \Omega$ и $Z_{c2} = 100 \Omega$, а дужине су $l_1 = \lambda_{g1}/3$ и $l_2 = \lambda_{g2}/4$, где је λ_{g1} таласна дужина на првом воду а λ_{g2} таласна дужина на другом воду. Први приступ мреже чине прикључци 1-1', а други 2-2'. Номиналне импедансе оба приступа су једнаке и износе $Z_{01} = Z_{02} = Z_0 = 50 \Omega$.



Израчунати s -параметре ове мреже.

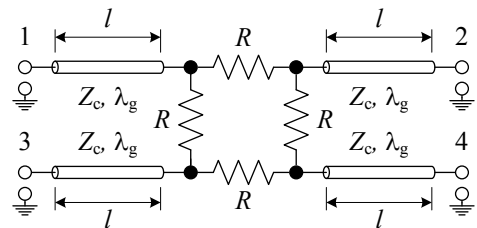
Решење: $[s] = \begin{bmatrix} 0,6(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) & 0,8(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}) \\ 0,8(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}) & 0,6 \end{bmatrix}$.

4. (25. јун 2006.) На слици је приказан микротракасти Т-спој димензија $w_1 = 1,17 \text{ mm}$, $w_2 = 0,3 \text{ mm}$, $l_1 = 15,3 \text{ mm}$ и $l_2 = 15,95 \text{ mm}$, и занемарљиве дебљине метализације. Коло је направљено на супстрату дебљине $h = 0,5 \text{ mm}$ и релативне пермитивности $\epsilon_r = 3,38$. Израчунати s -параметре овог споја на учестаности $f = 3 \text{ GHz}$. Први приступ (порт) чини крај 1 и маса, други приступ чине крај 2 и маса, а трећи приступ чине крај 3 и маса. Номинална импеданса приступа 1 је $Z_{01} = 50 \Omega$, а номиналне импедансе другог и трећег приступа су $Z_{02} = Z_{03} = 100 \Omega$. Сматрати да је коло без губитака.



Решење: $[s] = \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & 1/2 & -1/2 \\ -\sqrt{2}/2 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$.

5. (24. август 2008.) Израчунати s -параметре четворопортне мреже приказане на слици. Отпорности свих отпорника су једнаке и износе $R = 100 \Omega$. Приступ (порт) мреже чини чвор са одговарајућим индексом и тачка нултог потенцијала (маса). Сви водови су једнаких дужина, $l = \frac{\lambda_g}{4}$, где је λ_g таласна дужина на воду.



Карактеристичне импедансе свих водова су једнаке и износе $Z_c = 50 \Omega$. Номиналне импедансе свих приступа мреже су $Z_0 = 50 \Omega$.

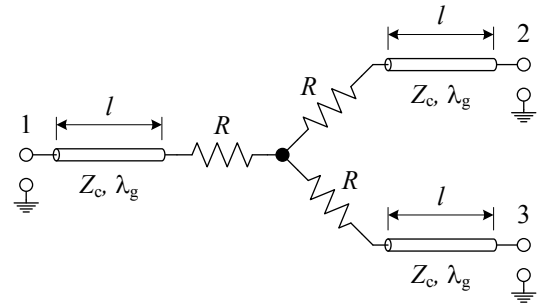
Решење: $[s] = -\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

6. (18. септембар 2008.) Три идентична отпорника отпорности R и три идеална вода дужина l , карактеристичних импеданси $Z_c = 50 \Omega$, повезани су као на слици. Израчунати R и l тако да матрица s -

параметара целог кола буде $[s] = \frac{\sqrt{2} - j\sqrt{2}}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

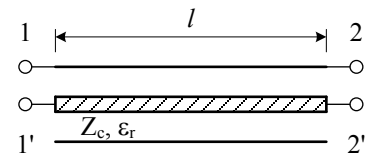
Приступ (порт) чини чвор са одговарајућим индексом и чвор нултог потенцијала (маса). Номиналне импедансе сва три приступа су једнаке и износе $Z_0 = 50 \Omega$. Таласна дужина на водовима је λ_g .

Решење: $R = 50 \Omega$, $l = \lambda_g/16 + n \lambda_g/2$, $n \in N_0$.



9. двочас

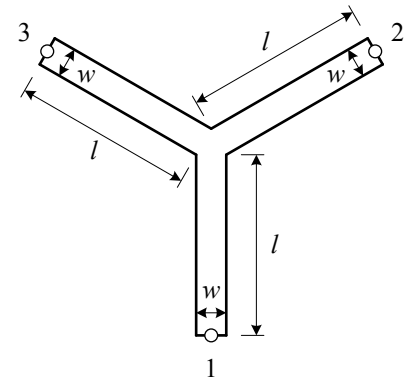
1. (23. август 2009.) (а) Дат је коаксијални вод испуњен диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,25$. Помоћу једног одсечка овог вода, реализовати двопортну мрежу, према слици, чија је s -матрица $[s] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & (1+j) \\ (1+j) & 0 \end{bmatrix}$. Израчунати карактеристичну импедансу и физичку дужину вода. Радна учестаност је $f = 1 \text{ GHz}$. Номиналне импедансе оба приступа су $Z_0 = 50 \Omega$. (б) Израчунати s -матрицу реализоване мреже на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$, уколико је номинална импеданса првог приступа $Z_{01} = 50 \Omega$, а другог приступа $Z_{02} = 100 \Omega$.



Решење: (а) $Z_c = 50 \Omega$, $l = (175 + n \cdot 200) \text{ mm}$, $n \in N_0$.

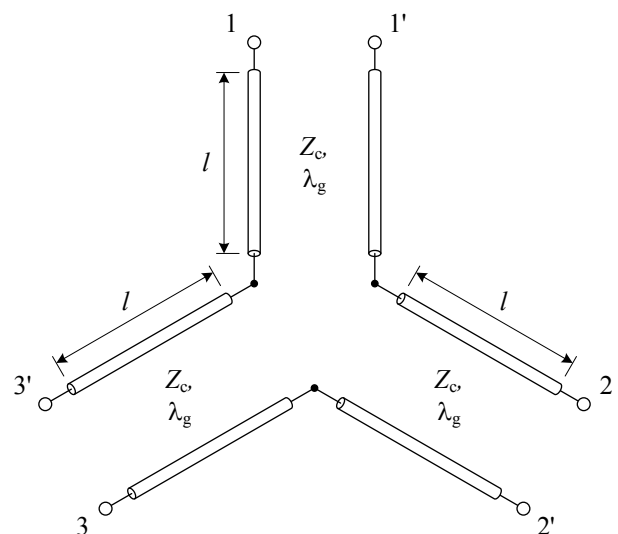
(б) $[s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} j & 2 + j2 \\ 2 + j2 & -1 \end{bmatrix}$.

2. (02. март 2007.) На слици је приказана веза три идентична микротракаста вода. Висина подлоге је $h = 0,254 \text{ mm}$, а релативна пермитивност материјала подлоге је $\epsilon_r = 4,5$. Ширина трака је $w = 0,48 \text{ mm}$, а дужина је $l = 6,73 \text{ mm}$. Израчунати s -параметре овог споја на учестаности $f = 3 \text{ GHz}$, уколико први приступ (порт) чине крај 1 и маса, други приступ чине крај 2 и маса, а трећи приступ чине крај 3 и маса. Номиналне импедансе сва три приступа су једнаке и износе $Z_0 = 50 \Omega$.



Решење: $[s] = \frac{-j}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

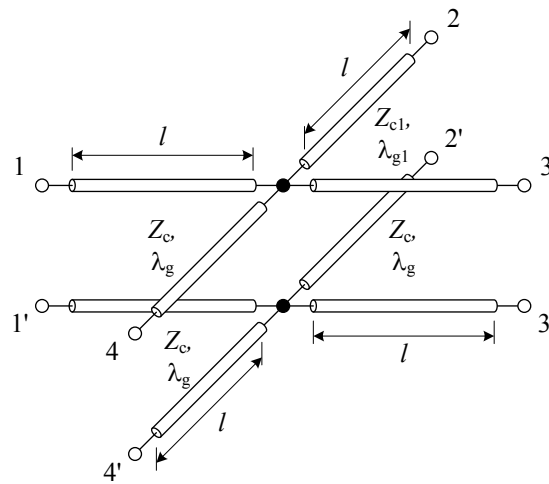
3. (04. фебруар 2007.) На слици је приказана веза три симетрична ваздушна двожицна вода. Водови су идентични, полупречник проводника је $a = 1 \text{ mm}$, растојање између оса проводника је $d = 12,18 \text{ mm}$, а дужина водова је $l = 450 \text{ mm}$. Приступе (портове) ове мреже чине редом парови чворова 1-1', 2-2' и 3-3'. Номиналне импедансе сва три приступа су једнаке и износе $Z_0 = 300 \Omega$. Израчунати s -параметре ове мреже на учестаности $f = 500 \text{ MHz}$.



Решење: $[s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

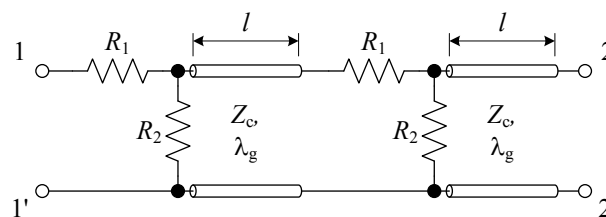
4. (11. фебруар 2010.) Четири идентична вода без губитака везана су у звезду као на слици. Карактеристичне импедансе водова су Z_c , а дужине су $l = \frac{7}{8}\lambda_g$, где је λ_g таласна дужина на водовима.

Приступе ове мреже чине парови крајева 1-1', 2-2', 3-3' и 4-4'. Номиналне импедансе свих приступа су $Z_0 = Z_c$. Одредити матрицу s -параметара ове мреже.



Решење:
$$[s] = \frac{j}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. (09. септембар 2010.) (а) За коло на слици израчунати отпорности R_1 и R_2 , као и минималну дужину l , тако да је $s_{11} = 0$ и $s_{21} = -j0,25$. Водови су без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50\Omega$. Таласна дужина на воду, на радној учестаности, је λ_g . Први приступ кола чини пар крајева 1-1', а други приступ пар крајева 2-2'. Номиналне импедансе оба приступа су $Z_0 = 50\Omega$.

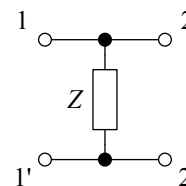


(б) Израчунати слабљење сигнала при преносу са приступа 2 на приступ 1 у децибелима.

Решење: (а) $R_1 = 25\Omega$, $R_2 = 50\Omega$ и $l = \frac{\lambda_g}{8}$.

(б) $a \approx 12\text{ dB}$.

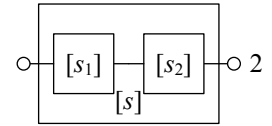
6. (16. јануар 2013.) Израчунати комплексну импедансу оточно везаног елемента уколико је познат један елемент s -матрице мреже приказане на слици, $s_{11} = -\frac{1}{5}(2 + j)$. Приступ 1 чине тачке 1-1', а приступ 2 тачке 2-2'. Номиналне импедансе оба приступа су $Z_0 = 50\Omega$. Одредити остале елементе s -матрице ове мреже.



Решење: (а) $Z = 25(1 - j)\Omega$, $s_{21} = \frac{1}{5}(3 - j)$, $s_{12} = s_{21}$, $s_{22} = s_{11}$.

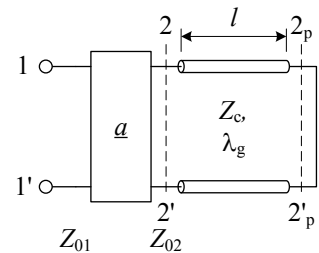
10. трочас

1. (SP-1) Два елемента са два приступа представљена су следећим s -матрицама $[s_1] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,8 \\ 0,8 & 0,1 \end{bmatrix}$ и $[s_2] = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,6 & 0,4 \end{bmatrix}$. Ако су елементи везани каскадно одредити резултујућу s -матрицу, као и њена својства (симетричност, реципрочност и прилагођеност). Номиналне импедансе приступа који се повезују каскадно су једнаке.



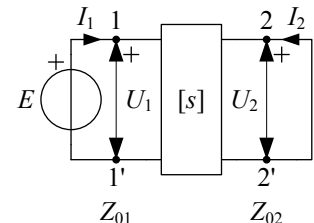
Решење: $[s] = \begin{bmatrix} \frac{11}{2} & \frac{1}{16} \\ \frac{30}{2} & \frac{2}{16} \end{bmatrix}$.

2. (SP-8) За реализацију потрошача променљивог коефицијента рефлексије употребљени су (прилагођени и реципрочни) атенуатор променљивог слабљења \underline{a} и краткоспојени вод без губитака променљиве дужине l . Таласна дужина вода је λ_g . Одредити коефицијент рефлексије ове мреже у функцији слабљења атенуатора (\underline{a}) и дужине краткоспојеног вода (l). Номинална импеданса другог приступа атенуатора једнака је карактеристичној импеданси вода ($Z_{02} = Z_c$).



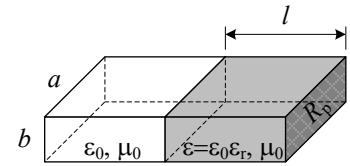
Решење: $\underline{\rho} = -\left(\frac{1}{\underline{a}}\right)^2 e^{-j\frac{4\pi}{\lambda_g}l}$.

3. (02. септембар 2011.) Параметри расејања реципрочне мреже са два приступа су $s_{11} = 0,5$, $s_{21} = j0,5$ и $s_{22} = -0,5$ у односу на номиналне импедансе приступа $Z_{01} = Z_{02} = Z_0 = 50 \Omega$. На први приступ је прикључен идеални напонски генератор ефективне вредности емс $E = 1 \text{ V}$ и почетне фазе 0 , а други приступ је краткоспојен. Израчунати комплексну струју другог приступа I_2 .



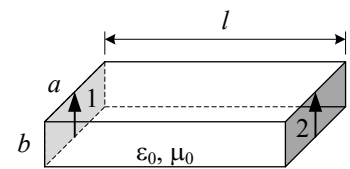
Решење: $I_2 = -j20 \text{ mA}$.

4. (11. фебруар 2010.) У правоугаоном таласоводу испуњеном ваздухом, димензија попречног пресека $a = 19,05 \text{ mm}$ и $b = 9,525 \text{ mm}$, простире се доминантни тип таласа на учестаности $f = 10 \text{ GHz}$. На крају таласовода прикључен је чисто резистиван пријемник резистансе R_p . Пријемник је потребно прилагодити на таласовод помоћу четврт-таласног трансформатора (дужине l) који је направљен тако што је део таласовода до пријемника испуњен хомогеним савршеним диелектриком релативне пермитивности ϵ_r и пермеабилности μ_0 , као на слици. Одредити (а) у ком опсегу се налази ϵ_r тако да се и у делу таласовода са диелектриком простире само доминантни тип таласа на задатој учестаности и (б) у ком опсегу мора да се налази R_p да би оваквом реализацијом могло да се оствари прилагођење. (в) За $R_p = 350 \Omega$ израчунати ϵ_r и l уколико је могуће остварити прилагођење.



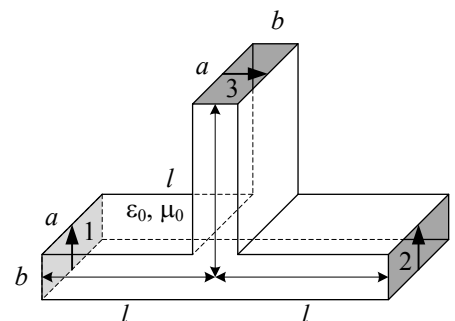
Решење: (а) $1 \leq \epsilon_r < 2,48$, (б) $125,26 \Omega < R_p \leq 610,614 \Omega$.
 (в) $\epsilon_r = 1,284$, $\lambda_g = 36,77 \text{ mm}$ и $l = \lambda_g/4 = 9,19 \text{ mm}$.

5. (20. септембар 2010.) Дужина униформног правоугаоног таласовода, приказаног на слици, износи $l = 193,5 \text{ mm}$. Таласовод је испуњен ваздухом и има занемарљиво мале губитке. Радна учестаност је $f = 9 \text{ GHz}$. Дужина шире стране попречног пресека таласовода је $a = 23 \text{ mm}$. Дужина уже стране попречног пресека таласовода је $b = 11,5 \text{ mm}$. Приступ 1 чини почетак таласовода, а приступ 2 крај таласовода. Референтни смерови електричног поља на приступима су исти (приказани на слици). Номиналне импедансе приступа једнаке су таласној импеданси таласовода на радној учестаности. (а) Израчунати s -параметре таласовода. (б) Израчунати за колико је минимално потребно продужити таласовод тако да је $s_{21} = -j$.



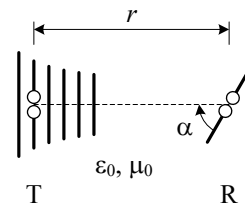
Решење: (а) $[s] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. (б) $\Delta l_{\min} = \lambda_g/4 \approx 12,07 \text{ mm}$.

6. На слици је приказан ЕТ-спој начињен од правоугаоног таласовода, испуњеног ваздухом, димензија попречног пресека $a = 19,05 \text{ mm}$ и $b = 9,525 \text{ mm}$. У таласоводу се простире доминантни тип таласа на учестаности $f = 10 \text{ GHz}$. Сва три огранка су једнаких дужина $l = 48,67 \text{ mm}$. Отвори овог споја представљају приступе (портове) 1, 2 и 3, за референтне смерове електричног поља приказане на слици. Номиналне импедансе свих приступа су једнаке и износе $Z_{01} = Z_{02} = Z_{03} = Z_0 = 611 \Omega$. Израчунати s -параметре ове мреже коришћењем апроксимације еквивалентним водовима.



Решење: $[s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

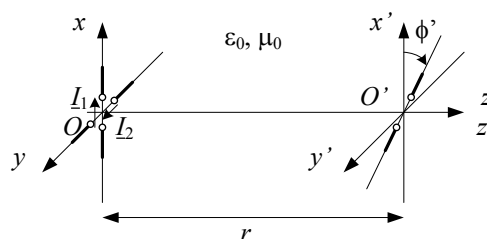
7. (486. ЕМ збирка) Предајна јаги-антена, приказана на слици, напаја се из генератора учестаности $f = 450 \text{ MHz}$ и снагом $P_T = 100 \text{ W}$. Усмереност ове антене је $d_T = 12 \text{ dBi}$, а губици у антени су занемарљиво мали ($\eta_T \approx 1$). Пријемна антена је полуталасни дипол који се налази на растојању $r = 10 \text{ km}$ од предајне антене у правцу њеног максималног зрачења. Оса дипола заклапа угао $\alpha = \frac{\pi}{3}$ са правцем према предајној антени. Пријемна и предајна



антена леже у равни цртежа, у којој лежи и вектор електричног поља предајне антене. Губици у полуталасном диполу се могу занемарити ($\eta_R \approx 1$). (а) Израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику. (б) Максимално растојање на коме ће се постићи пријем сигнала, ако је праг пријема сигнала пријемника -90 dBm , за оптимално оријентисан полуталасни дипол.

Решење: $P_R \approx 48,77 \text{ nW}$, $p_R \approx -63,12 \text{ dBm}$. (б) $r_{\text{max}} \approx 2704,7 \text{ km}$.

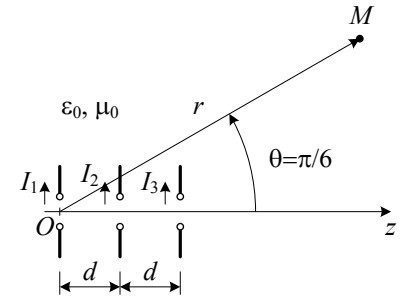
8. (488. ЕМ збирка) Два полуталасна дипола укрштена су под правим углом, као на слици, и напајају се простопериодичним струјама $I_1 = I = 3 \text{ A}$ и $I_2 = 2jI$ учестаности $f = 75 \text{ MHz}$. (а) Израчунати ефективну вредност емс индуковане у пријемном диполу који лежи у $O'x'y'$, као што је приказано на слици. Растојање равни Oxy и равни $O'x'y'$ је $r = 12 \text{ km}$. (б) За који угао ϕ' ће ефективна вредност индуковане емс пријемног дипола бити максимална? (в) Одредити ту ефективну вредност индуковане емс пријемног дипола.



Решење: (а) $|\underline{\mathcal{E}}| \approx 19,1\sqrt{1+3\sin^2\phi'} \text{ mV}$. (б) $\phi' = \pi/2 + k\pi$, $k \in N_0$. (в) $|\underline{\mathcal{E}}|_{\text{max}} \approx 38,2 \text{ mV}$.

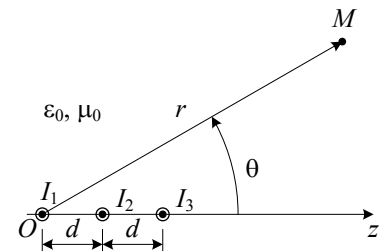
11. трочас

1. (499.+500. ЕМ збирка) Униформни антенски низ се састоји од три полуталасна дипола, напајана простопериодичним струјама истих ефективних вредности $I = 15 \text{ A}$, почетних фаза $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 0$ и учестаности $f = 40 \text{ MHz}$. Растојање између суседних дипола је $d = \lambda \sqrt{3}/6$, где λ представља таласну дужину у вакууму, као што је приказано на слици. У тачки M , која се налази у равни цртежа, потребно је поставити пријемни полуталасни дипола. (а) Како би требало оријентисати овај дипол да би ефективна вредност његове индуковане емс била највећа. (б) Колика је та ефективна вредност индуковане емс ако је $r = 8 \text{ km}$. (в) Поновити задатак ако су почетне фазе струја којима се напајају диполи редом, са лева на десно, $\psi_1 = \pi$, $\psi_2 = \pi/2$ и $\psi_3 = 0$.



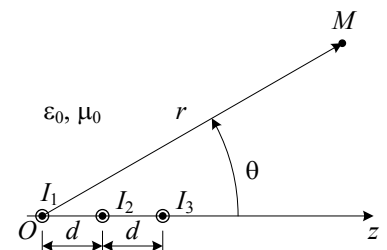
Решење: (а) Пријемни полуталасни дипол би требало да лежи у равни цртежа са осом управном на потег r . (б) $|\underline{\mathcal{E}}| \approx 219,29 \text{ mV}$ (в) $|\underline{\mathcal{E}}| \approx 657,9 \text{ mV}$.

2. (506. ЕМ збирка) Три полуталасна дипола постављена су управно на раван цртежа, као на слици, на међусобном растојању $d = 0,3 \text{ m}$, и напајају се простопериодичним струјама $I_1 = I_3 = I_2/2 = 1 \text{ A}$, учестаности $f = 500 \text{ MHz}$. (а) Одредити правац у екваторијалној равни дипола у коме је зрачење низа најјаче. (б) Израчунати ефективну вредност електричног поља низа у овом правцу на растојању $r = 10 \text{ km}$ од низа. (в) Одредити ширину снопа зрачења низа (дефинисану као угао између правца лево и десно од правца максимума зрачења у којима је интензитет зрачења низа за 3 dB нижи у односу на максимално зрачење).



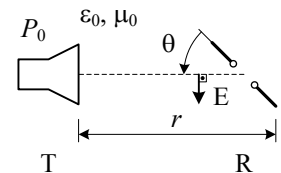
Решење: (а) $\theta = \frac{\pi}{2}$. (б) $|\underline{\mathcal{E}}|_{\max} \approx 24 \text{ mV/m}$. (в) $\Delta\theta \approx 42,7^\circ$.

3. (02. март 2007.) Униформни антенски низ се састоји од три полуталасна дипола, постављених управно на раван цртежа, као на слици, и напајаних простопериодичним струјама $I_1 = I_0$, $I_2 = I_0 e^{-j\pi/3}$ и $I_3 = I_0 e^{-j2\pi/3}$. Међусобно растојање суседних дипола је $d = 20 \text{ mm}$, а радна учестаност је $f = 5 \text{ GHz}$. (а) Одредити правац θ у коме низ најјаче зрачи. (б) Како би требало поставити пријемни полуталасни дипол у том правцу да би ефективна вредност индуковане емс у њему била максимална? (в) Колико износи ефективна вредност те индуковане емс уколико је дипол на растојању $r = 60 \text{ m}$ од низа и $I_0 = 1 \text{ A}$?



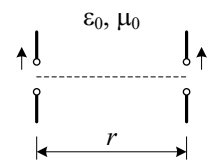
Решење: (а) $\theta = \frac{\pi}{3}$. (б) Оса пријемног полуталасног дипола требало би да буде управна на раван цртежа. (в) $|\underline{\mathcal{E}}| \approx 57,3 \text{ mV}$.

4. (04. фебруар 2007.) Предајна левак антена, приказана на слици, напаја се генератором учестаности $f = 2,45 \text{ GHz}$ и снагом $P_0 = 1 \text{ W}$. Усмереност ове антене је $D = 14 \text{ dBi}$, губици у антени су занемарљиво мали, и антена зрачи линијски поларизован талас. Пријемна антена је полуталасни дипол који се налази на растојању $r = 7 \text{ m}$ од предајне антена у правцу њеног максималног зрачења. Оса дипола заклапа угао $\theta = 45^\circ$ са правцем према предајној антени. Предајна антена је постављена тако да вектор електричног поља које она зрачи лежи у равни цртежа, у којој лежи и пријемна антена. (а) Израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику. (б) Одредити максимално растојање на ком је могуће поставити пријемну антену уколико је минимална дозвољена снага на прилагођеном пријемнику $p_{p, \min} = -40 \text{ dBm}$. Како је тада потребно поставити пријемну антену?



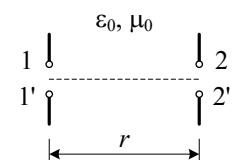
Решење: (а) $P_p \approx 31,47 \mu\text{W}$, $p_p \approx -15 \text{ dBm}$. (б) $r_{\max} \approx 197,8 \text{ m}$.

5. Два полуталасна дипола без губитака, постављена су на међусобном растојању $r = 12\lambda$. Диполи леже у равни цртежа, управно на правац између њих, као на слици. Израчунати s -параметре мреже коју чине антене у два случаја. (а) Занемарујући улазну реактансу антене. Сматрати да су проводници полуталасних дипола бесконачно танки (са синусном расподелом струје и улазном импедансом $Z_a = R_{zt} \approx 73 \Omega$). (б) Сматрајући да је улазна импеданса антене $Z_a = R_{zt}(1 + j)$. Номиналне импедансе приступа су једнаке $Z_{01} = Z_{02} = Z_0 = 50 \Omega$. Референтни смерови приступа приказани су на слици. (Занемарити талас рефлектован од пријемне антене.)



Решење: (а) $s_{11} = s_{22} \approx 0,187$, $s_{21} = s_{12} \approx j10,52 \times 10^{-3}$. (б) $s_{11} = s_{22} \approx 0,399 + j0,357$, $s_{21} = s_{12} \approx (6,83 + j3,73) \times 10^{-3}$.

6. (12. фебруар 2009.) Два полуталасна дипола су постављена на међусобном растојању $r = 2 \text{ m}$, као што је приказано на слици. Диполи се налазе у равни цртежа и управни су на правац између њих. Радна учестаност је $f = 3 \text{ GHz}$. Мерењем је утврђено да је улазна импеданса једне усамљене антене $Z_a = (81,3 + j44,6) \Omega$. Средина је ваздух. (а) Уколико први приступ чине тачке 1 и 1', а други приступ тачке 2 и 2', израчунати s -параметре ове мреже. Номиналне импедансе оба приступа су једнаке $Z_{01} = Z_{02} = Z_0 = 50 \Omega$. Занемарити рефлектовани талас од пријемне антене. (б) На основу претходног резултата израчунати коефицијент рефлексије (s_{11}) и коефицијент трансмисије (s_{21}) у децибелима.



Решење: (а) $s_{11} = s_{22} \approx (0,317 + j0,232)$, $s_{21} = s_{12} \approx (3,02 + j3,94) \times 10^{-3}$.
(б) $s_{11} = 20 \log_{10} |s_{11}| \approx -8,11 \text{ dB}$, $s_{21} = 20 \log_{10} |s_{21}| \approx -46,08 \text{ dB}$.

7. Две идентичне антене раде на учестаности $f = 300 \text{ MHz}$ и налазе се на међусобном растојању $r = 20 \text{ m}$. Правац максималног зрачења предајне антене усмерен је према пријемној антени, правац максималног зрачења пријемне антене усмерен је према предајној антени, а поларизације су усклађене. Познати су s -параметри ове мреже $\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} = 0,9548 - j0,05509$ и $\underline{s}_{21} = \underline{s}_{12} = (201,6 - j788,6) \times 10^{-6}$. (а) Израчунати добитак ових антена. (б) Израчунати улазну импедансу ових антена. (в) Уколико се предајна антена напаја генератором унутрашње импедансе $\underline{Z}_{T,1} = Z_{01}$ и расположиве снаге $P_{ASP,1} = 1 \text{ kW}$, колика снага се израчи а колика преда пријемнику отпорности $R_p = Z_{02}$ прикљученом на пријемну антену. Номиналне импедансе приступа су једнаке $Z_{01} = Z_{02} = Z_0 = 50 \Omega$.

Решење: (а) $G = 2,398$, $g = 3,798 \text{ dBi}$. (б) $\underline{Z}_a = (840,123 - j1084,89) \Omega$. (в) $P_{zt} = 85,3 \text{ W}$, $P_p = 0,663 \text{ mW}$.