

11. Квантитативне технике реконструкције

11.1. Увод

У многим практичним применама је потребно да се одреди састав непознатог објекта, односно да се израчуна расподела комплексне пермитивности у домену од интереса. Примери су бројни: мапирање ткива у медицинској дијагностици, одређивање састава тла у геологији, испитивање влажности земље у пољопривреди итд.

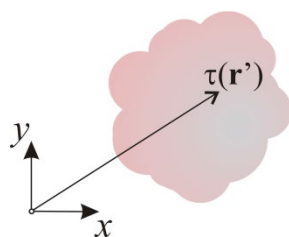
Најједноставнији алгоритам који се користи за реконструисање састава је Борнова инверзија, која подразумева да се електромагнетски параметри објекта мало разликују од параметара околине. Како је ово ретко испуњено, процена пермитивности која се добија на овај начин обично доста одступа од тачне вредности. Састав се може прецизније одредити итеративним техникама у којима се тачност Борнове апроксимације постепено побољшава.

Процена састава се може добити и нелинеарном оптимизацијом. Међутим, због нејединствености решења инверзних електромагнетских проблема, ове технике су склоне лажним решењима. Њихова појава се може смањити техникама регуларизације које често подразумевају одређено предзнање о испитиваном објекту.

Технике које се баве реконструкцијом електромагнетских својстава објеката називамо квантитативним, за разлику од квалитативних које само одређују њихов облик [8]. Квантитативне технике су нумерички захтевне, те се њихова примена често ограничава на решавање дводимензионалних проблема. Наиме, због итеративне природе ових алгоритама њихово извршавање у реалистичним сценаријима може трајати недопустивно дуго. У овом поглављу даћемо приказ Борновог искривљеног итеративног алгоритма и објаснићемо његову примену, почев од једноставнијих дводимензионалних проблема, па до сложених тродимензионалних случајева.

11.2. Борнова инверзија

Код објеката чије се електромагнетске особине мало разликују од особина околине, пермитивност се једноставно добија Борновом инверзијом. Код објеката са већим контрастом, Борнова инверзија се користи за иницијализацију итеративног поступка.



Слика 1. Попречни пресек непознатог објекта.

Ради једноставности, посматрамо дводимензионалну геометрију. Сматрамо да је објекат бесконачно дугачак, константног попречног пресека и електромагнетских својстава дуж z -осе (слика 1). Једначина расејања у овом случају гласи:

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \int_S \overline{\overline{\mathbf{G}_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}} \cdot \mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}') dV = j\omega \int_S (\epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_b(\mathbf{r}')) \overline{\overline{\mathbf{G}_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') dS, \quad (1)$$

где је $\epsilon(\mathbf{r}')$ пермитивност објекта, $\epsilon_b(\mathbf{r}')$ пермитивност средине у којој се објекат налази, $\overline{\overline{\mathbf{G}_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}}$ дијадичка Гринова матрица, $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ укупно поље, $\mathbf{E}_s(\mathbf{r})$ расејано електрично поље и S попречни пресек објекта. Реконструкција објекта на основу израза (1) је нелинеаран проблем у коме је, поред пермитивности $\epsilon(\mathbf{r}')$, непознато и поље у објекту $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$. Применом Борнове апроксимације добијамо

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) \approx j\omega \int_S (\epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_b(\mathbf{r}')) \overline{\overline{\mathbf{G}_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}} \cdot \mathbf{E}_b(\mathbf{r}') dS, \quad (2)$$

где је $\mathbf{E}_b(\mathbf{r}')$ вектор јачине електричног поља које антене производе у средини пермитивности $\epsilon_b(\mathbf{r}')$. Интегрална једначина је сада линеарна јер је једина непозната величина разлика пермитивности $\tau(\mathbf{r}') = \epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_b(\mathbf{r}')$. Претпоставимо да је поларизација инцидентног таласа таква да вектор електричног поља има само z -компоненту (трансверзално-магнетска поларизација). Тада проблем постаје скаларан,

$$E_s(\mathbf{r}) = j\omega \epsilon_0 \int_S \tau(\mathbf{r}') G_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_b(\mathbf{r}') dS, \quad (3)$$

где је $G_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ Гринова функција. Због реципрочности Гринове функције, имамо да је

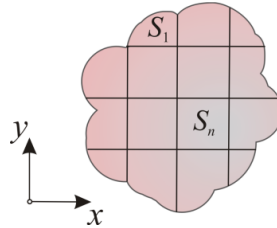
$$E_s(\mathbf{r}) = j\omega \epsilon_0 \int_S \tau(\mathbf{r}') G_b(\mathbf{r}', \mathbf{r}) E_b(\mathbf{r}') dS. \quad (4)$$

У специјалном случају када је пермитивност околне средине константна ϵ_b , Гринова функција гласи

$$G_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\beta^2}{8\pi f \epsilon_b} H_0^2(\beta d), \quad d = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \quad (5)$$

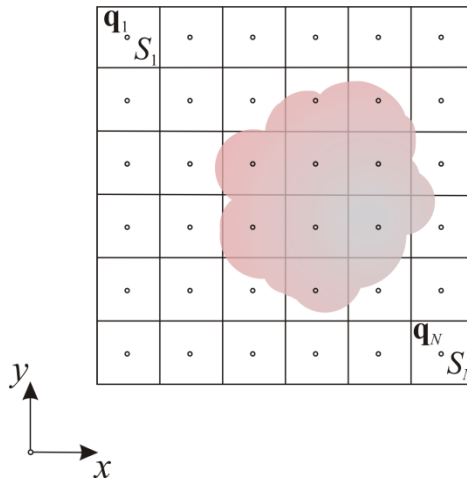
где је H_0^2 Ханкелова функција друге врсте и нултог реда, а β фазни коефицијент.

Ради нумеричког решавања једначине (3), потребно је да се дискретизује функција контраста. Попречни пресек S делимо на мале површине S_n , $n = 1, \dots, N$, као на слици 2. Сматрамо да је подела довољно фина да контраст буде приближно константан по свакој површини S_n .



Слика 2. Дискретизација попречног пресека објекта.

Уколико је попречни пресек објекта непознат, посматрамо површ за коју сигурно знамо да садржи објекат. На сличан начин као и у претходном случају, ту површ делимо на мање површине, S_n , $n = 1, \dots, N$, као што је приказано на слици 3.



Слика 3. Простор претраживања и његова подела.

У дискретном облику релација (4) гласи:

$$E_s(\mathbf{r}) \approx j\omega\epsilon_0 \sum_{n=1}^N \int_{S_n} \tau(\mathbf{r}') G_b(\mathbf{r}', \mathbf{r}) E_b(\mathbf{r}') dS = j\omega\epsilon_0 \sum_{n=1}^N \tau_n \int_{S_n} G_b(\mathbf{r}', \mathbf{r}) E_b(\mathbf{r}') dS, \quad (6)$$

где су τ_n , $n = 1, \dots, N$, непознати коефицијенти контраста на површинама S_n . У идеалном случају, требало би да коефицијенти τ_n буду нула изван објекта, а у објекту једнаки стварним вредностима. Интеграли у изразу (6) се најчешће решавају нумерички. Међутим, уколико су површине S_n довољно мале, могу се апроксимирати вредношћу подинтегралне функције у центру површи,

$$\int_{S_n} G_b(\mathbf{r}', \mathbf{r}) E_b(\mathbf{r}') dS \approx G_b(\mathbf{q}_n, \mathbf{r}) E_b(\mathbf{q}_n) \Delta S, \quad (7)$$

где је \mathbf{q}_n средишња тачка површи S_n , а ΔS њена површина. Да бисмо одредили непознате коефицијенте, формирамо систем једначина за сваки примопредајни пар,

$$E_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = j\omega\epsilon_0 \sum_{n=1}^N \tau_n G_b(\mathbf{q}_n, \mathbf{r}_i) E_b(\mathbf{q}_n, \mathbf{r}_j) \Delta S, \quad i, j = 1, \dots, M, \quad (8)$$

где су \mathbf{r}_i и \mathbf{r}_j вектори положаја антена. У матричној форми систем једначина гласи:

$$\begin{bmatrix} E_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \\ E_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ \vdots \\ E_s(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}_M) \end{bmatrix} = j\omega\epsilon_0 \Delta S \begin{bmatrix} G_b(\mathbf{q}_1, \mathbf{r}_1) E_b(\mathbf{q}_1, \mathbf{r}_1) & \cdots & G_b(\mathbf{q}_N, \mathbf{r}_1) E_b(\mathbf{q}_N, \mathbf{r}_1) \\ G_b(\mathbf{q}_1, \mathbf{r}_1) E_b(\mathbf{q}_1, \mathbf{r}_2) & \cdots & G_b(\mathbf{q}_N, \mathbf{r}_1) E_b(\mathbf{q}_N, \mathbf{r}_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ G_b(\mathbf{q}_1, \mathbf{r}_M) E_b(\mathbf{q}_1, \mathbf{r}_M) & \cdots & G_b(\mathbf{q}_N, \mathbf{r}_M) E_b(\mathbf{q}_N, \mathbf{r}_M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_N \end{bmatrix}, \quad (9)$$

односно

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\boldsymbol{\tau}. \quad (10)$$

Систем једначина се уобичајено решава Тихоновљевим методом.

11.3. Борнов искривљени итеративни алгоритам

Применљивост Борнове инверзије се може проширити помоћу Борновог искривљеног итеративног метода (*distorted Born iterative method*, DBIM) [28]. Претпоставимо да желимо да реконструирамо пермитивност непознатог објекта приказаног на слици ба. Полазимо од једначине расејања

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}; \epsilon_b) \approx j\omega \int_{\mathcal{V}} (\epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_b(\mathbf{r}')) \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \epsilon_b) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}'; \epsilon) d\mathcal{V}, \quad (11)$$

где је $\mathbf{E}(\mathbf{r}'; \epsilon)$ електрично поље рачунато у присуству објекта пермитивности ϵ . Ако немамо никакво предзнање о објекту, у првој итерацији усвајамо да је пермитивност објекта једнака пермитивности околине (слика бб),

$$\epsilon^{(1)}(\mathbf{r}') = \epsilon_b(\mathbf{r}'). \quad (12)$$

Приближна једначина расејања гласи:

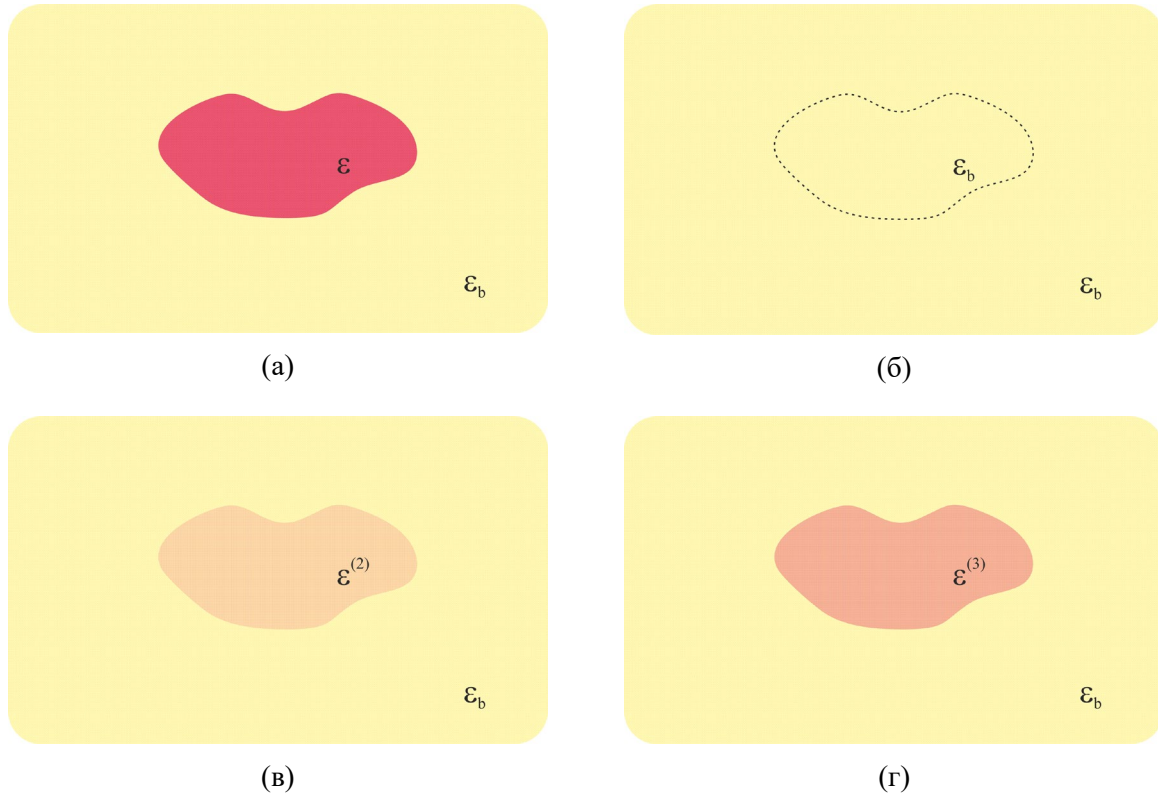
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}; \epsilon_b) \approx j\omega \int_{\mathcal{V}} \tau(\mathbf{r}') \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \epsilon_b) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \epsilon_b) d\mathcal{V}, \quad (13)$$

где је непозната величина контраст

$$\tau(\mathbf{r}') = \epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_b(\mathbf{r}'). \quad (14)$$

Претпоставимо да смо интегралну једначину решили нумерички, поступком описаним у претходном одељку. Означимо добијено нумеричко решење за расподелу контраста

$\tau^{(1)}(\mathbf{r}')$. Због грешке коју уноси Борнова апроксимација, добијено решење ће се разликовати од стварног решења, $\tau^{(1)}(\mathbf{r}') \neq \tau(\mathbf{r}')$. Што се пермитивност објекта више разликује од пермитивности средине, то ће и одступање бити веће.



Слика 6. Илустрација Борновог искривљеног итеративног метода. (а) Оригинални проблем. Почетне претпоставке у (б) првој итерацији, (в) другој итерацији и (г) трећој итерацији.

Решење из прве итерације користимо да поправимо процену пермитивности у другој итерацији:

$$\varepsilon^{(2)}(\mathbf{r}') = \varepsilon^{(1)}(\mathbf{r}') + \tau^{(1)}(\mathbf{r}'). \quad (15)$$

Једначина расејања сада гласи:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}; \varepsilon^{(2)}) = j\omega \int_v (\varepsilon(\mathbf{r}') - \varepsilon^{(2)}(\mathbf{r}')) \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon^{(2)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \varepsilon^{(2)}) d\nu, \quad (16)$$

при чему се инцидентно поље и Гринова дијадичка матрица рачунају користећи нову пермитивност објекта $\varepsilon^{(2)}$, као што је илустровано на слици 3в. Решавањем (16) добија се нова процена контраста $\tau^{(2)}$. Ажурирана вредност за пермитивност у трећој итерацији је

$$\varepsilon^{(3)}(\mathbf{r}') = \varepsilon^{(2)}(\mathbf{r}') + \tau^{(2)}(\mathbf{r}'). \quad (17)$$

Средина у којој се рачунају инцидентно поље и Гринова матрица на почетку наредне итерације су приказани на слици 3г. Поступак се наставља све док промена пермитивности између две итерације не постане занемарљива.

11.4. Нумеричка имплементација Борновог искривљеног итеративног метода

Ради нумеричке имплементације алгоритма, потребно је да се простор од интереса v подели на мање домене v_k , $k = 1, \dots, K$. Дискретне вредности пермитивности објекта и средине у домену v_k означавамо са ε_k и $\varepsilon_{b,k}$, $k = 1, \dots, K$, респективно. Одатле је контраст k -тог домена једнак $\tau_k = \varepsilon_k - \varepsilon_{b,k}$, $k = 1, \dots, K$.

У првој итерацији линеарни систем једначина гласи:

$$\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{A}^{(1)} \boldsymbol{\tau}^{(1)}, \quad (18)$$

где је $\mathbf{A}^{(1)}$ матрица система,

$$\mathbf{A}^{(1)} = j\omega \begin{bmatrix} \int_{v_1} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_1; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) d\nu & \dots & \int_{v_K} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_1; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) d\nu \\ \int_{v_1} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) d\nu & \dots & \int_{v_K} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) d\nu \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_{v_1} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_M; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) d\nu & \dots & \int_{v_K} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_M; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) d\nu \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$\mathbf{b}^{(1)}$ вектор расејаног поља,

$$\mathbf{b}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \\ \vdots \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j; \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}$ почетна вредност за расподелу пермитивности,

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{b,1} \\ \varepsilon_{b,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{b,K} \end{bmatrix} \quad (21)$$

и $\boldsymbol{\tau}^{(1)}$ вектор где су смештени непознати коефицијенти контраста,

$$\boldsymbol{\tau}^{(1)} = \begin{bmatrix} \tau_1^{(1)} \\ \tau_2^{(1)} \\ \vdots \\ \tau_K^{(1)} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Систем једначина (1) се може решити Тихоновљевим методом. У другој итерацији почетна претпоставка за пермитивност је

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(2)} = \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + \boldsymbol{\tau}^{(1)}. \quad (23)$$

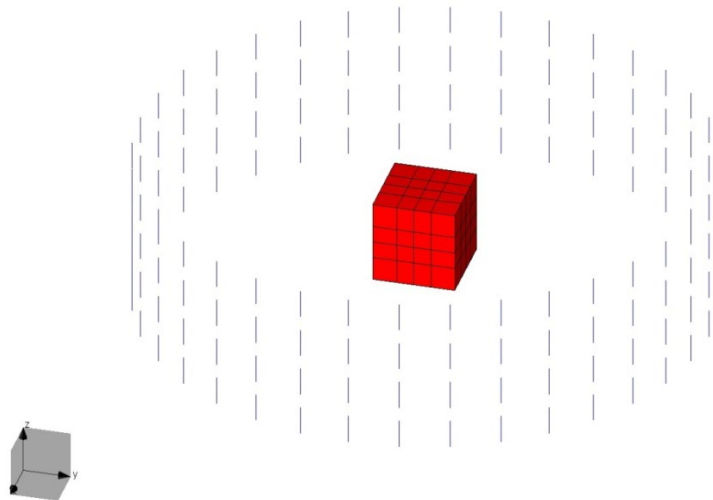
У складу са новом проценом пермитивности, ажурирају се матрица система и вектор расејаног поља,

$$\mathbf{A}^{(2)} = j\omega \begin{bmatrix} \int_{v_1} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_1; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) d\nu & \cdots & \int_{v_K} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_1; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) d\nu \\ \int_{v_1} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) d\nu & \cdots & \int_{v_K} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) d\nu \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_{v_1} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_M; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) d\nu & \cdots & \int_{v_K} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}'; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_M; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) d\nu \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{b}^{(2)} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \\ \vdots \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j; \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Вектор „расејаног поља“ (25) представља разлику између вектора електричног поља које би антене измериле у присуству правог објекта и вектора електричног поља које би антене измериле у присуству објекта пермитивности $\boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}$. Како се број итерација повећава, процењена пермитивност се приближава стварној вредности, а елементи вектора $\boldsymbol{\tau}^{(n)}$, $n = 2, 3, \dots$, почињу да теже нули. Поступак се завршава када норма вектора $\boldsymbol{\tau}^{(n)}$ падне испод унапред утврђене вредности.

11.5. Задатак: одређивање састава хомогеног објекта помоћу Борновог искривљеног итеративног метода



Слика 3. Изглед модела у програму WIPL-D за итеративну процену пермитивности тела.

У програму WIPL-D направити диелектрично тело у облику коцке, странице $a = 87 \text{ mm}$ и пермитивности $\epsilon_r = 3 - j$. Коцка је окружена антениским низом који чине кратки диполи распоређени у четири концентрична круга, полупречника $R = 0.3 \text{ m}$. У сваком кругу се налази 36 дипола дужине крака $h = \lambda / 20$, где је λ таласна дужина у вакууму на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$. Диполи се налазе на висинама $z_1 = 1,5h$, $z_2 = 4,5h$, $z_3 = -1,5h$, $z_4 = -4,5h$. (Модел `коска.iwr` из прилога.)

Прва итерација:

- направити WIPL-D модел идентичан претходном. Ставити да је пермитивност коцке $\epsilon_r^{(1)} = 1$
- прорачунати вектор инцидентног електричног поља $\mathbf{E}_{\text{inc}}^{(1)}$ помоћу опције NEAR FIELD: $x_{\text{min}} = y_{\text{min}} = z_{\text{min}} = -0.5a$, $x_{\text{max}} = y_{\text{max}} = z_{\text{max}} = 0.5a$, $N_x = N_y = N_z = 5$
- прорачунати расејано поље $E_s^{(1)}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = -\left(\frac{Z_{ij}}{Z_{jj}h} - \frac{Z_{ij}^{(1)}}{Z_{jj}^{(1)}h} \right)$, где је $\mathbf{Z}^{(1)}$ матрица импеданских параметара у средини $\epsilon_r^{(1)}$, а \mathbf{Z} матрица импеданских параметара у почетном моделу који симулира мерења
- за сваку тачку и за сваку побуду прорачунати Гринову функцију у средини $\epsilon_r^{(1)}$: $G_{zz}(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_l, \epsilon_r^{(1)}) = E_z(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_l, \epsilon_r^{(1)}) Z_{ll}^{(1)} / h$, где је \mathbf{r}_l позиција предајне антене, а x_i, y_j, z_k координата тачке у објекту

- формирати систем једначина под претпоставком да је тело направљено од хомогеног диелектрика,

$$\begin{bmatrix} E_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \\ E_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ \vdots \\ E_s(\mathbf{r}_M, \mathbf{r}_M) \end{bmatrix} = j\omega\epsilon_0\Delta V \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N G_{zz}(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_1, \epsilon_r^{(1)}) E_z(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_1, \epsilon_r^{(1)}) \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N G_{zz}(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_2, \epsilon_r^{(1)}) E_z(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_1, \epsilon_r^{(1)}) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N G_{zz}(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_M, \epsilon_r^{(1)}) E_z(x_i, y_j, z_k; \mathbf{r}_M, \epsilon_r^{(1)}) \end{bmatrix} \tau^{(1)}$$

- применом метода најмањег квадрата одредити $\tau^{(1)}$.

Друга итерација:

- ажурирати пермитивност тела $\epsilon_r^{(2)} = \epsilon_r^{(1)} + \tau^{(1)}$
- поновити све тачке из претходне итерације за нову пермитивност.

Наредне итерације:

- поновити поступак из друге итерације све док решење не конвергира.

У табели 1 су приказани очекивани резултати.

Табела 1. Процена пермитивности тела алгоритмом DBIM.

Итерација	1	2	3	4
$\epsilon_r^{(i)}$	1	2.11 – j0,94	2.92 – j1,12	3 – j